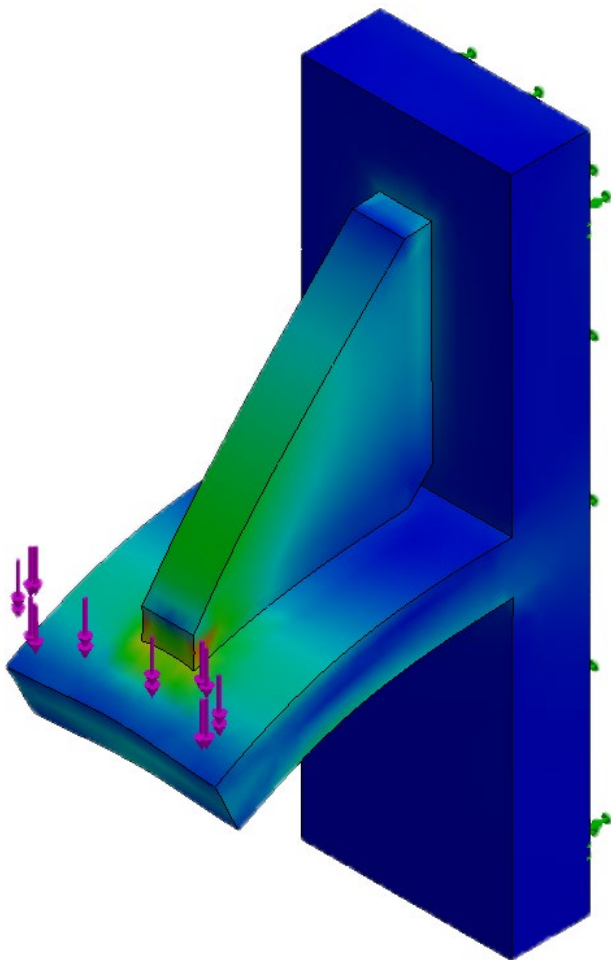


2023/24

# Selbstlernkurs zur Anwendung der FEM mit SolidWorks



BK Platz der Republik, Mönchengladbach

Fachschule Maschinenbautechnik

© StD Bernhard Fleischer

Stand: 29.10.23

Das Werk darf nur und ausschließlich für  
unterrichtliche Zwecke eingesetzt werden

Die SOLIDWORKS-Modelle in diesem Heft können von der Website [www.3dEduWorks.de/service/unterrichtsmaterialien](http://www.3dEduWorks.de/service/unterrichtsmaterialien) heruntergeladen werden.

3D EduWorks ist der SOLIDWORKS-Vertriebspartner des Berufskolleg Platz der Republik und unterstützt die Schule mit vergünstigten SOLIDWORKS-Lizenzen, Unterrichtsmaterialien, Lehrerfortbildungen und Support.

SOLIDWORKS Lizenzen sowie **Testlizenzen** erhalten Sie bei:

[www.3dEduWorks.de](http://www.3dEduWorks.de)



## Inhaltsverzeichnis

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Vorwort .....</b>  | <b>4</b>  |
| 1.1      | Geschichte und Anwendung .....                              | 5         |
| 1.2      | Arbeitsweise der FEM .....                                  | 5         |
| <b>2</b> | <b>Einführung in die FEM.....</b>                           | <b>10</b> |
| 2.1      | Handrechnung.....   | 10        |
| 2.2      | Start der FEM-Analyse.....                                  | 11        |
| 2.3      | Freischalten der SolidWorks Simulation .....                | 11        |
| 2.4      | Öffnen einer neuen Studie.....                              | 12        |
| 2.5      | Vernetzung.....   | 16        |
| <b>3</b> | <b>Grundlagen der Vernetzung .....</b>                      | <b>22</b> |
| 3.1      | Spannungssingularitäten als Fehler in der FEM-Analyse ..... | 23        |
| 3.2      | Vernetzung mit Schalenelementen.....                        | 35        |
| 3.3      | Gegenüberstellung der Vernetzungsvarianten.....             | 40        |
| <b>4</b> | <b>Grundbeanspruchungsarten .....</b>                       | <b>42</b> |
| 4.1      | Vollwelle auf Biegespannung .....                           | 43        |
| 4.2      | Hohlwelle auf Biegespannung.....                            | 46        |
| 4.3      | I-Träger auf Biegespannung .....                            | 48        |
| 4.4      | Vollwelle auf Torsionsspannung .....                        | 51        |
| 4.5      | Hohlwelle auf Torsionsspannung.....                         | 54        |
| 4.6      | I-Trägers auf Torsionsspannung.....                         | 56        |
| 4.7      | Abschlussbetrachtung.....                                   | 58        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>5</b> | <b>Kerbwirkung.....</b>                               | <b>61</b> |
| 5.1      | Begriff Kerbwirkung .....                             | 61        |
| 5.2      | Untersuchungsgegenstände .....                        | 62        |
| 5.3      | Handrechnungen.....                                   | 63        |
| 5.4      | FEM-Analysen.....                                     | 65        |
| 5.5      | Abschließende Betrachtung .....                       | 68        |
| <br>     |   |           |
| <b>6</b> | <b>Angeformte Bauweise .....</b>                      | <b>68</b> |
| 6.1      | Vorhandene Spannung in der Ausgangsbetrachtung .....  | 69        |
| 6.2      | Geometrieanpassung an den Biegespannungsverlauf ..... | 73        |
| 6.3      | Optimierung der Geometrie .....                       | 76        |
| 6.4      | Weitere Optimierung (CAO, Topologieoptimierung).....  | 82        |
| 6.5      | Einfache Topologiestudie .....                        | 86        |
| <br>     |   |           |
|          | <b>Abbildungsverzeichnis .....</b>                    | <b>90</b> |

## 1 Vorwort

Dieser Kurs zur Anwendung der FEM-Analyse soll dem Studierenden zeigen, wie die SolidWorks-Simulation gewinnbringend im Berechnungs- und Produktentwicklungsprozess eingesetzt werden kann. Die Beispiele sind bewusst so gestaltet, dass jede FEM-Analyse mittels einer vorangestellten Handrechnung überprüft werden kann um entsprechende Vergleiche ziehen zu können. Querverweise auf Berechnungsvorgaben und Tabellen beziehen sich hierbei auf das Fachbuch „Roloff/Matek: Maschinenelemente“ (abgekürzt: R/M).

In diesem Zusammenhang erfolgen Vergleiche von Profilen unter Biege- und Torsionsbelastung. Im Weiteren werden die grundsätzlichen Auswirkungen von Kerben untersucht und entsprechende konstruktive Strategien abgeleitet. Abschluss finden die Betrachtungen mit dem Thema Leichtbau. Neben der angeformten Bauweise wird die Topologieoptimierung als Simulationswerkzeug zur Gestaltoptimierung in Ansätzen dargestellt.

Im Besonderen soll auch für potenzielle Fehlerquellen sensibilisiert werden – dies gilt vor allem bei Unkenntnis der grundsätzlichen Unzulänglichkeiten der FEM oder individuellen fachlichen Mängeln. **Merke: Das Programm rechnet immer richtig! Falsch sind immer nur die vom Anwender getroffenen Annahmen und Randbedingungen oder Interpretation der Ergebnisse.** Eine FEM kann immer nur sinnvolle Ergänzung sein; mangelnde eigene Kenntnisse kann sie jedoch nie ersetzen! Daher gilt: Die FEM macht aus einem guten Konstrukteur einen sehr guten – und aus einem schlechten einen gefährlichen!

Das vorliegende Skript ist als Selbstlernkurs auf Basis der Studenten-Edition 2023 konzipiert. Anfänglich sehr detaillierte Hilfestellungen mittels zahlreicher Screenshots werden im Kursfortgang zunehmend reduziert und vom Lerner als selbstständig vorausgesetzt. Alle simulierten Bauteile stehen als elektronische Dateien in einem Vorlagenordner zur Verfügung. Entstanden ist der Kurs aus der Unterrichtsarbeit der Fachschule Maschinenbautechnik am Berufskolleg Platz der Republik in Mönchengladbach.

## 1.1 Geschichte und Anwendung der FEM

Ursprünglich wurde die Finite-Elemente-Methode zur Lösung von Festkörper-Problemen im Rahmen der Spannungs- und Verformungsanalyse entwickelt. Mittlerweile findet die Methode in allen Gebieten der Technik einschließlich Wettervorhersage und Medizintechnik ihre Anwendung. Im Rahmen des Fahrzeugbaus findet sie beispielsweise Einsatz bei Festigkeitsuntersuchungen von Kleinteilen über komplette Karosserien einschließlich Crash-Verhalten, Lärm- und Schwingungsausbreitung.

Der Einsatz der FEM in der Praxis begann in den 1950er Jahren bei einer Strukturberechnung von Flugzeugflügeln in der Luft- und Raumfahrtindustrie und zog sehr bald auch im Fahrzeugbau unterstützend ein. Grundlagen der Methode basieren auf Arbeiten bei der Daimler AG in Stuttgart, die das selbst entwickelte FEM-Programm ESEM (Elektrostatik-Element-Methode) einsetzte, lange bevor die computerunterstützte Konstruktion (CAD) Anfang der 1980er Jahre ihren Einzug hielt. Der Ausdruck Finite-Elemente-Methode wurde erstmals 1960 vorgeschlagen und wird seit den 1970er Jahren überall verwendet.

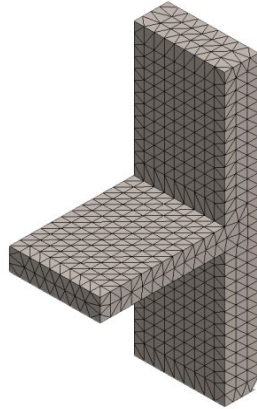
## 1.2 Arbeitsweise der FEM (Finite-Elemente-Methode)

Die FE-Methode (oder FE-Analyse genannt) hat zum Ziel, ein zu entwickelndes Bauteil als 3D-Modell virtuell äußeren Belastungen auszusetzen. So können Schwachstellen ermittelt und konstruktive Maßnahmen zur Verbesserung vorgenommen werden. Der Bedarfslage entsprechend lassen sich die gewünschten Ergebnisse darstellen. In diesem Selbstlernkurs werden die Betrachtungen auf die Spannungsanalyse unter statischen Bedingungen beschränkt. Auch gelten weitere idealisierte Annahmen wie ein isotropes Werkstoffverhalten, Einsatz unter Raumtemperatur etc.

Der Verlauf einer FEM-Analyse lässt sich gut anhand dreier Phasen beschreiben:

### Phase1

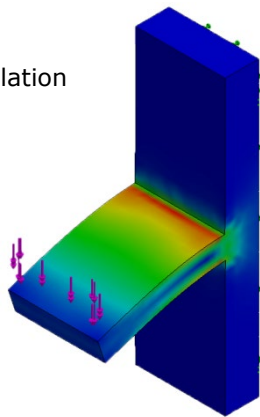
Vernetzung



Basierend auf dem konstruktiven Anforderungsprofil eines geplanten Bauteiles wird ein 3D-Modell entwickelt. Zu Beginn der FEM wird auf dem Bauteil ein Elementnetz generiert. Dadurch wird das Modell in kleine Einheiten gegliedert.

### Phase2

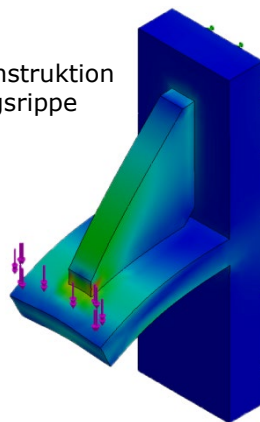
Spannungssimulation



Dann wird das Modell mit äußeren Belastungen beaufschlagt (Kräfte, Torsionsmoment etc.). Über eine aufwändige mathematische Berechnung werden Spannungen und Verformungen am Netzverlauf errechnet und farbig abgestuft angezeigt.

### Phase3

Verbesserte Konstruktion mit Verstärkungsrippe

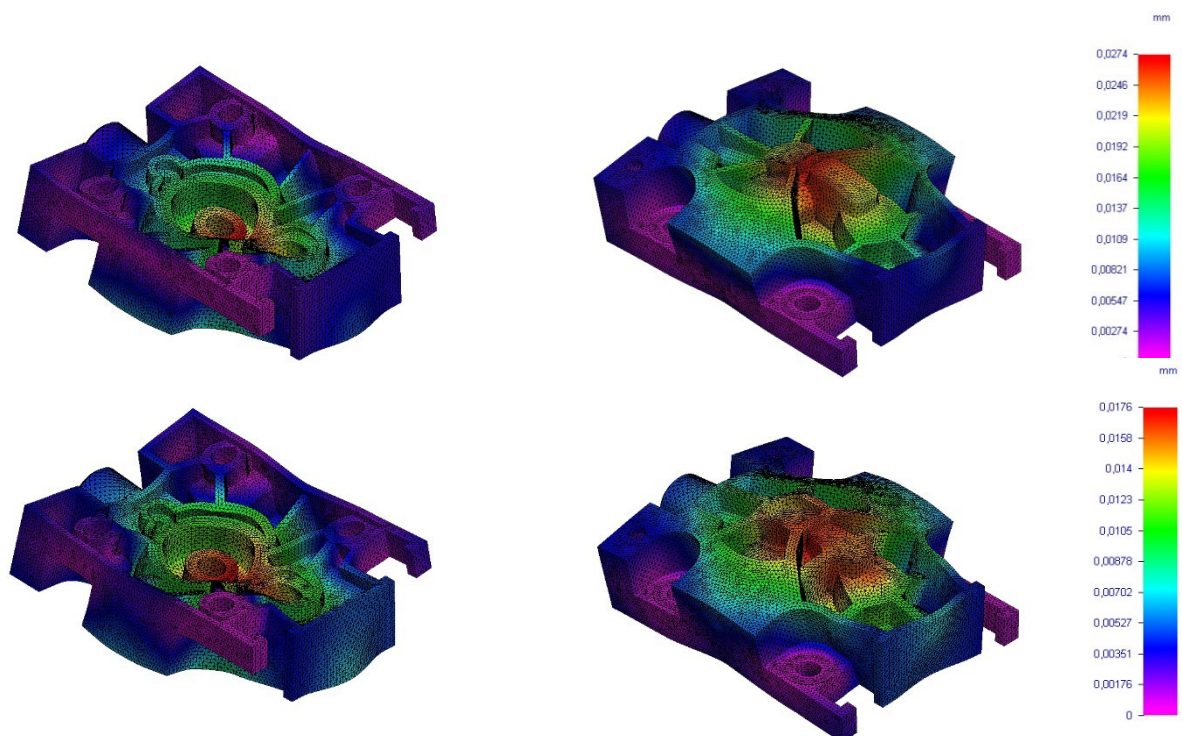


Auf der Basis der gewonnenen Erkenntnisse wird das Bauteil optimiert: stark beanspruchte Bereiche werden ggf. verstärkt oder/und der Kraftfluss durch Gestaltveränderung im 3D-Modell insgesamt verbessert. Weitere Analysen ergeben Aufschluss über die Auswirkungen der Veränderungen.

**Abb. 1** Phasen der FEM

Die im Ergebnis farbig gekennzeichneten Bereiche geben Auskunft über den Spannungszustand und –verlauf innerhalb des Bauteils (innere Spannungen). Hier lassen sich dann Bereiche identifizieren, die potenziell gefährdet sind (Überschreitung der Streckgrenze) und als Folge ggf. verstärkt oder andersartig konstruktiv umgesetzt werden müssen. Aber auch Bereiche mit Potenzial für Materialeinsparung lassen sich gut identifizieren. Durch geschicktes Abstimmen beider Aspekte lassen sich Bauteile realisieren, die das Optimum an Festigkeit mit einem Minimum an Materialeinsatz verbinden (Prinzip der konstanten Spannung).

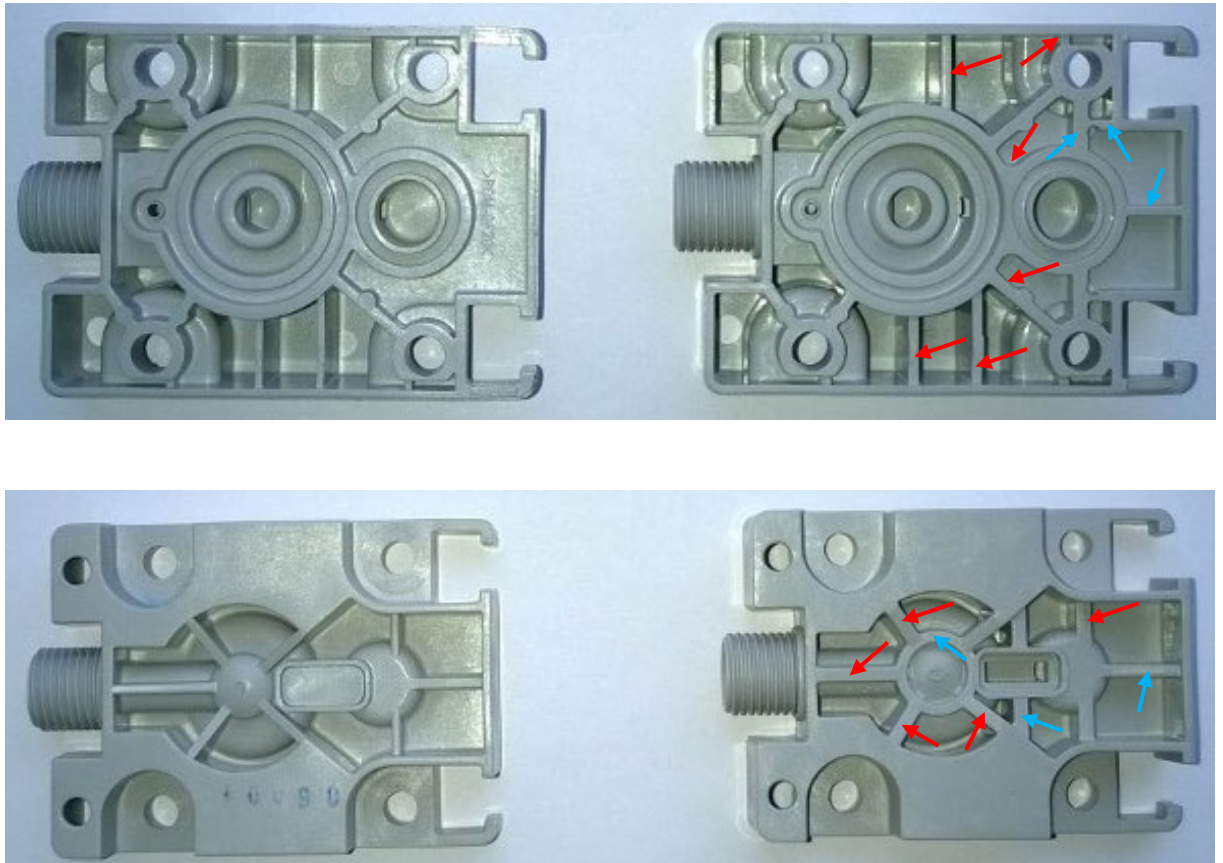
Nachfolgend wird ein praktisches Beispiel für die Optimierung der Verformung dargestellt. Es handelt sich um einen druckbeaufschlagten Deckel einer Anlage zur Wasseraufbereitung. Auf Grund einer unzulässig großen Verformung kam es zu inakzeptablen Undichtigkeiten. Mehrere Änderungen in den Geometrien wurden hinsichtlich der sich ergebenden Verschiebungen mit der FEM überprüft (**Abb. 2**). Zielführende Ansätze wurden entsprechend weiter verfolgt und der Deckel in diesem Zuge in seiner Formgebung optimiert.



**Abb. 2** Optimierung Pumpendeckel (Innen- und Außenansicht)



Nachfolgend zeigt das Bild unten links (**Abb. 3**) die Ausgangsvariante sowie die optimierte akzeptable Weiterentwicklung (rechts) im Vergleich. Zahlreiche Stege wurden im Querschnitt verstärkt (rote Pfeile). Auf der Außenseite wurden sie teilweise zudem höher ausgeführt. Einige versteifende Geometrien wurden ergänzt (blaue Pfeile).



**Abb. 3** Pumpendeckel in Innen- und Außenansicht (alt und neu)

Auf Grund der komplexen Geometrien können hier „händische“ Rechnungen nicht mehr zielführend sein. Die Zahl notwendiger Prototypen und Funktionsmuster konnten hier durch die FEM deutlich reduziert werden. Zudem wurde die Entwicklungszeit des Deckels erheblich verkürzt.

Dieser generellen Zielsetzung folgt der Selbstlernkurs. In Kapitel 2 erlernen Sie zunächst die grundsätzliche Handhabung des Werkzeugs Simulation von SolidWorks auf Basis der Education-Version 2021/22. In Kapitel 3 werden die wichtigsten Beanspruchungsarten Biegung und Torsion untersucht und entsprechende Erkenntnisse für eine geeignete Profilauswahl abgeleitet. Kapitel 4 vertieft Kenntnisse zur geeigneten Auswahlwahl der Vernetzung und leitet Fehlerpotenziale aus dem Einsatz ungeeigneter Netztypen und Vernetzungen ab. Kapitel 5 befasst sich mit der Untersuchung von Kerbgeometrien in ihrer Auswirkung auf die Maximalspannung und listet entsprechende Gestaltungsregeln für Bauteile auf. Kapitel 6 befasst sich mit der Geometrieoptimierung unter Gewichtsaspekten mit dem Ziel Leichtbau. Abschluss bildet die Einführung in die Topologieoptimierung.

Bezüge auf das Fachbuch „Roloff/Matek: Maschinenelemente“ werden mit „R/M“ gekennzeichnet und beziehen sich auf die 26. Auflage. Um Rechenzeiten zu sparen, ziehen Sie die Vorlagendatei auf die Festplatte Ihres Rechners.

**Im Abschluss sei zu sagen, dass die FE-Methode nur ein wegweisendes Tool ist. Es nimmt dem Konstrukteur keinerlei Entscheidungen ab.**

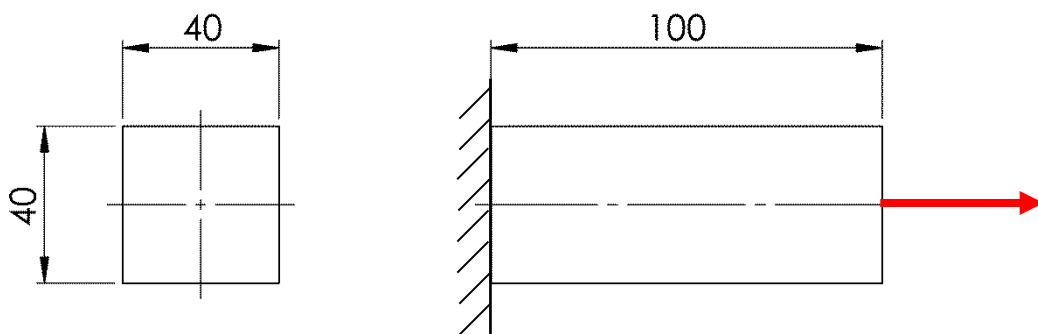
## 2 Einführung in die FEM

In diesem Selbstlernkurs werden nur statisch-lineare Analysen durchgeführt (äußere Belastung ist konstant in Wirkrichtung und Betrag) sowie von weiteren allgemeinen idealisierten Rahmenbedingungen ausgegangen.

Die Einführungsstudie wird anhand eines Beispiels auf Zugbeanspruchung durchgeführt. Dieses und alle weiteren Beispiele finden Sie als Modelle in der beigelegten Vorlagendatei.

### 2.1 Handrechnung

Kraft:  $F = 10.000 \text{ N}$   
 Kantenlänge  $40 \text{ mm} \cdot 40 \text{ mm}$   
 Anfangslänge:  $l_0 = 100 \text{ mm}$   
 Material: S235JR (unlegierter Baustahl)



**Abb. 4** 2D-Skizze Rechteck

Berechnung:

$$A = 40 \text{ mm} \cdot 40 \text{ mm} = 1600 \text{ mm}^2$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_z &= \frac{F}{A} = \frac{10.000 \text{ N}}{1600 \text{ mm}^2} \\
 &= \underline{\underline{6,25 \text{ Nmm}^{-2}}}
 \end{aligned}$$

## 2.2 Start der FEM-Analyse

In diesem Abschnitt wird erläutert, wie eine FEM-Analyse mit SolidWorks Simulation durchgeführt wird. Ziehen Sie den Vorlagenordner zunächst auf die Festplatte und öffnen Sie die Bauteile auch nur dort. Bei der Arbeit mit externen Medien kann es durch die intensiven Rechenoperationen und Schreib- und Leseprozesse zu deutlichen Geschwindigkeitseinbußen kommen. Im Verlauf der Analysen werden Dateien erstellt, die dann entsprechend auf der Festplatte abgelegt werden und so die Rechenleistung nicht unnötig drosseln.

Grundsätzlich gibt es immer mehrere „Wege nach Rom“. Um den Lerner nicht zu verwirren, wird hier immer nur ein Weg in der Bedienung dargestellt. Unbenommen können Sie gerne auch andere Schaltflächen/Optionen ausprobieren.

Im Auslieferungszustand ist SolidWorks Simulation nicht voreingestellt und muss erst noch freigeschaltet werden.

## 2.3 Freischalten der SolidWorks Simulation

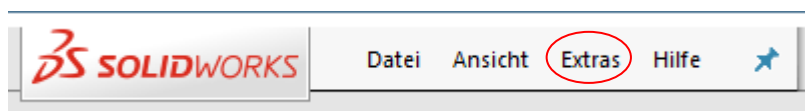


Abb. 5 Menüleiste

Unter dem Menü **Extras** muss der Dialog **Zusatzanwendungen** angewählt werden.

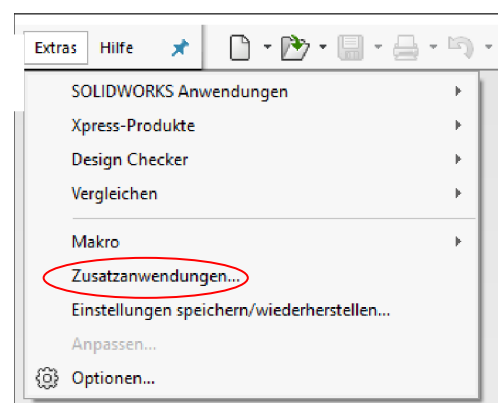


Abb. 6 Taskleiste

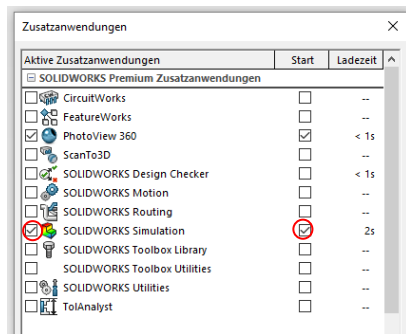


Abb. 7 Dialogfenster

Hier setzen Sie einen Haken vor und hinter **SolidWorks Simulation** (Abb. 7) und bestätigen mit OK. Bei geöffnetem Bauteil ist jetzt der Reiter „Simulation“ zu sehen.

## 2.4 Öffnen einer neuen Studie

Das Modell soll nun durch SolidWorks Simulation berechnet werden.

1. Öffnen Sie das Modell für das Bauteil (Rechteck.sldprt) aus der Vorlagendatei.
2. Starten Sie **Neue Studie**.  
Dazu wählen Sie den Reiter **Simulation** an und öffnen das Untermenü **Neue Studie** durch Klick auf den kleinen **Pfeil** darunter (Abb. 8). Wählen Sie **Neue Studie**.

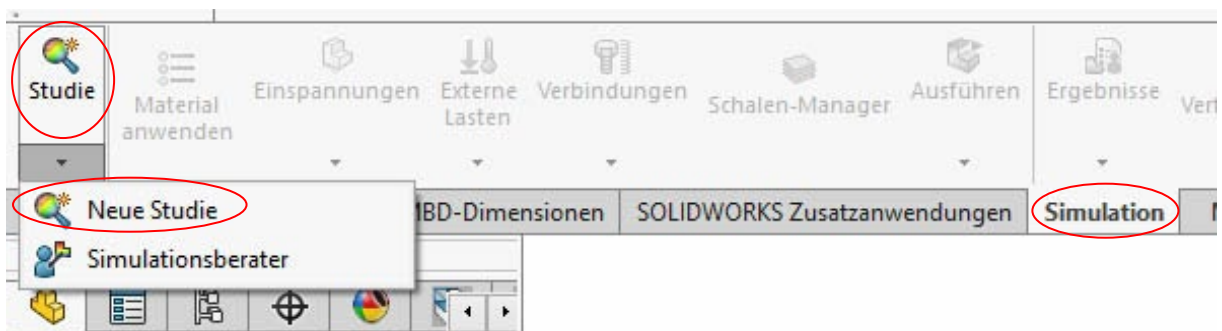


Abb. 8 Reitermenü mit Studienfenster

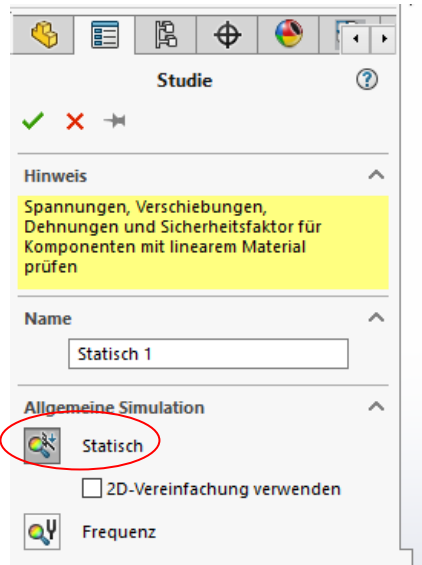


Abb. 9 Voreinstellung

3. Wählen Sie **Statisch** als Studie aus der Voreinstellung aus (**Abb. 9**) und bestätigen dann mit dem **grünen Haken**. Es erscheint nun an der linken Seitenleiste der **Studienmanager (Abb. 10)**.

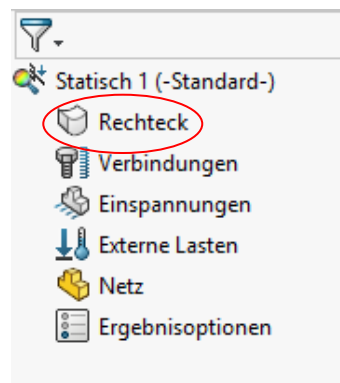


Abb. 10 Studienmanager

4. Weisen Sie dem Bauteil ein Material zu. Dazu Rechtsklick auf **Rechteck (Abb. 10) | Material anwenden/bearbeiten (Abb. 11)**. Wählen Sie dann im Verzeichnisbaum links im Dialogfenster **Material | solidworks materials | Stahl | unlegierter Baustahl**. Bestätigen Sie mit **Anwenden** und verlassen Sie das Fenster mit dem Button **Schließen**.

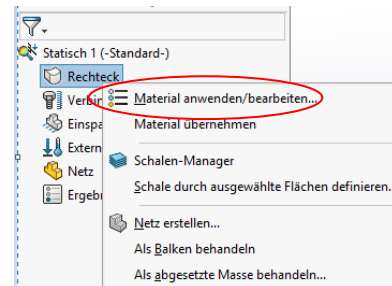
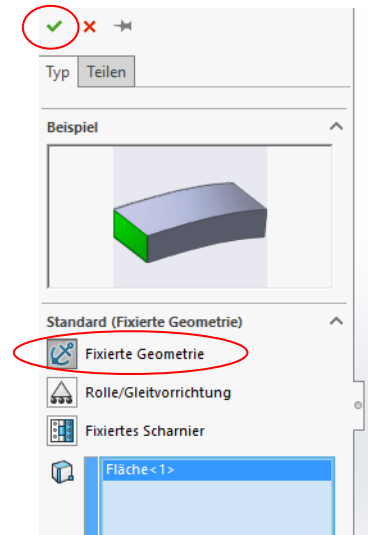


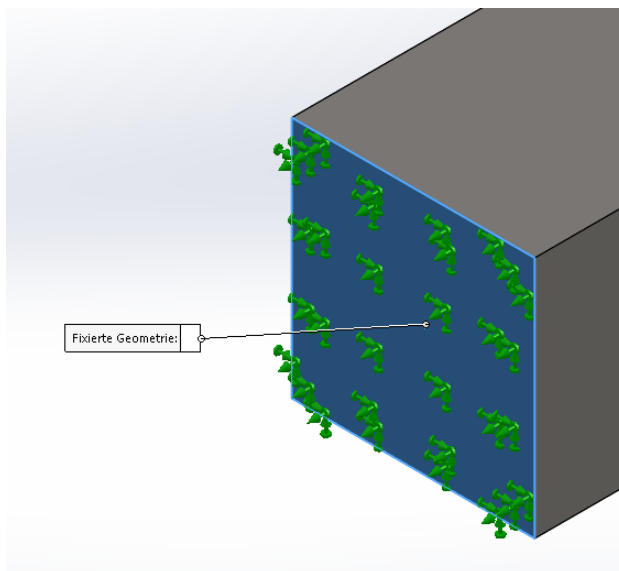
Abb. 11 Material Definition

5. Um ein Modell belasten zu können, muss es an einer Seite fixiert werden. Dieses geschieht durch Rechtsklick auf **Einspannungen** im Studienmanager. Wählen Sie **Fixierte Geometrie**.

Es erscheint ein Fenster in dem Sie verschiedene Möglichkeiten der Fixierung haben. Da es sich hierbei um eine feste Einspannung handeln soll, kann man für die Fläche eine fixierte Geometrie wählen. Klicken Sie also auf **Fixierte Geometrie (Abb. 12)** und auf eine der **Stirnflächen** des Bauteils (**Abb. 13**) und bestätigen Sie mit dem **grünen Haken**.

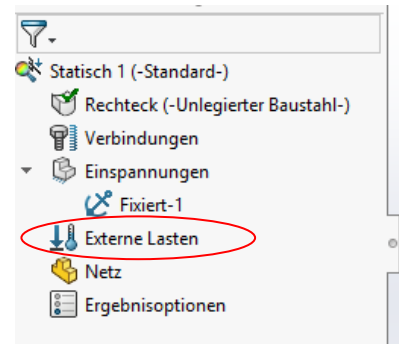


**Abb. 12** Fenster Fixierte Geometrie

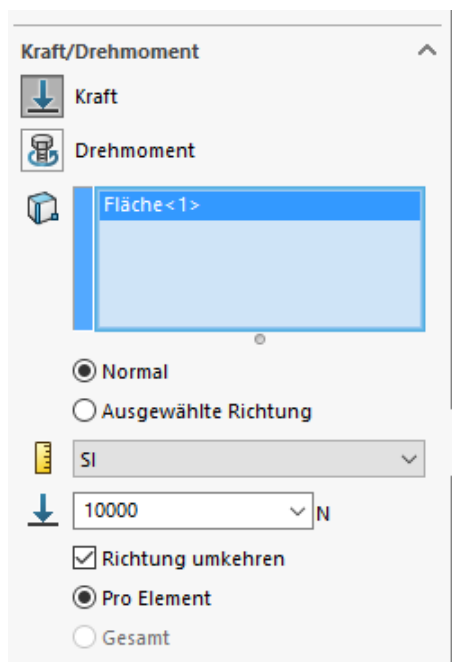


**Abb. 13** Auswahl der Stirnfläche

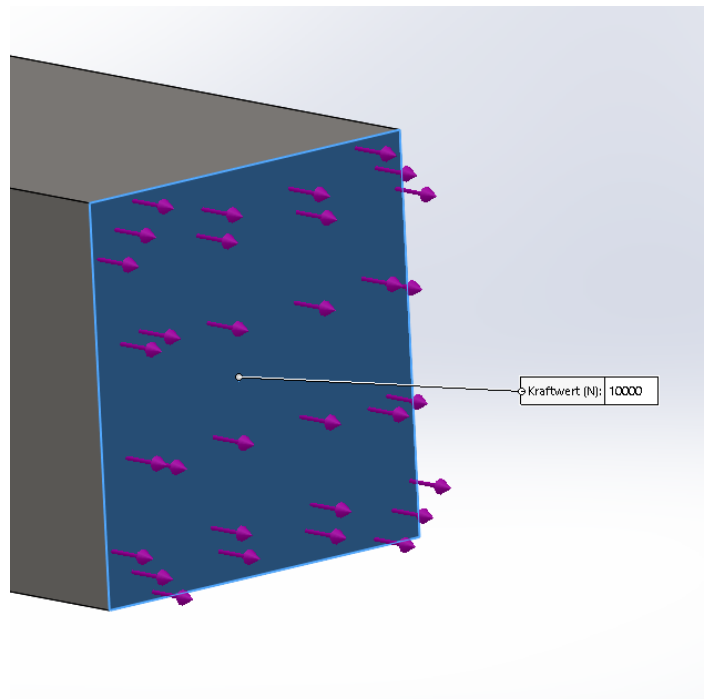
6. Definieren Sie eine Kraft mit Rechtsklick auf **Externe Lasten** (**Abb. 14**). Auf der gegenüberliegenden Seite soll die **Kraft** von 10.000 N angreifen (**Abb. 15**; dazu Bauteil ggf. drehen). Damit das Rechteck auf Zug belastet wird, muss **Richtung umkehren** aktiviert werden (**Abb. 16**). Bestätigen Sie mit dem **grünen Haken**.



**Abb. 14** Studienmanager



**Abb. 15** Fenster Kraft

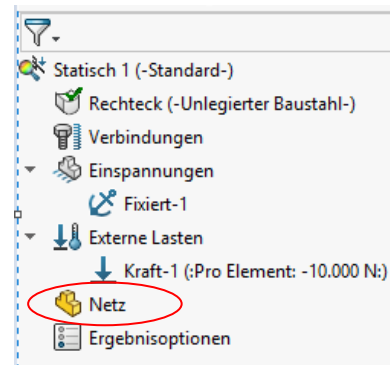


**Abb. 16** Stirnfläche mit Zugbeanspruchung

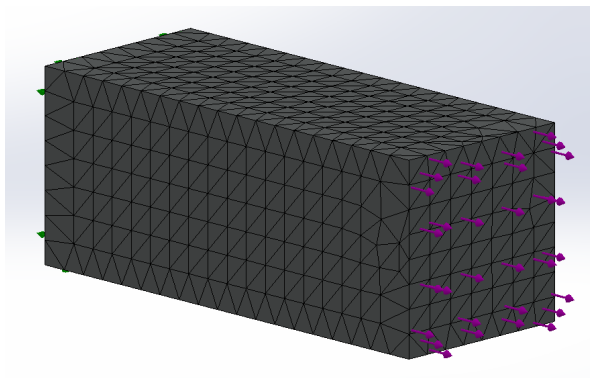


## 2.5 Vernetzung

7. Erstellen Sie das Netz mit Rechtsklick auf **Netz | Netz erstellen** (**Abb. 17**) und bestätigen Sie die Voreinstellungen mit dem **grünen Haken**.

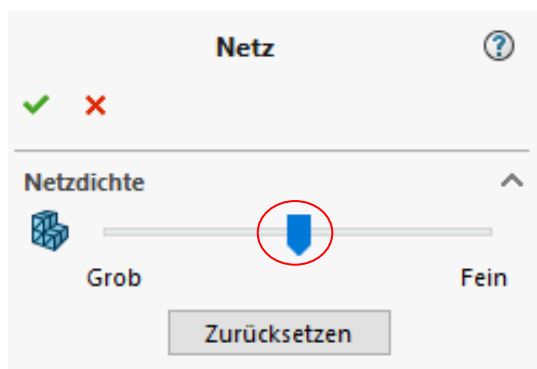


**Abb. 17** Studienmanager



**Abb. 18** Vernetztes Bauteil

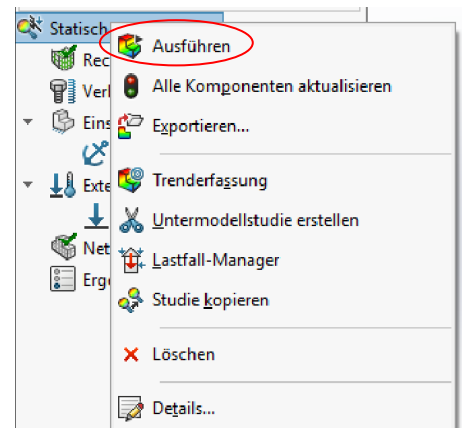
Das Netz unterteilt das Bauteil in kleine (finite) Elemente (**Abb. 18**) und stellt die Grundlage für den nachfolgenden Berechnungsgang dar. Je kleiner die Elementgröße gewählt wird, desto engermaschiger ist das Netz und umso geringer ist in der Regel die Abweichung vom tatsächlichen Festigkeitswert. Allerdings bedeutet ein zunehmend feineres Netz einen immer höheren Rechenaufwand.



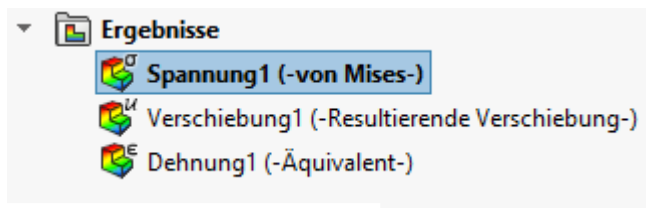
**Abb. 19** Fenster für die Vernetzungssteuerung

SolidWorks arbeitet in der Voreinstellung mit einer mittleren Netzgröße (**Abb. 19**).

8. Führen Sie die Analyse durch. Dazu **Rechtsklick auf Statisch | Ausführen** (**Abb. 20**). Es erscheint nun der Ergebnisordner im Verzeichnisbaum (**Abb. 21**). Dort kann das Werkstück auf Spannung, Verschiebung und Dehnung untersucht werden.



**Abb. 20** Befehl ausführen

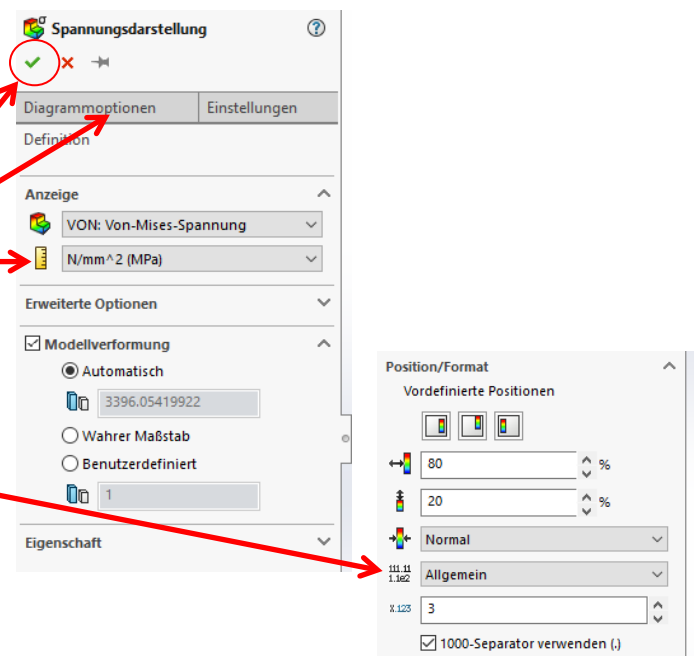


**Abb. 21** Ergebnisbaum

*Hinweis:* Die Befehle zur FEM können alternativ auch in der oberen Taskleiste angewählt werden.

Mit Rechtsklick auf **Spannung** | **Definition bearbeiten** gelangen Sie in das Fenster **Spannungsdarstellung** (**Abb. 22 li**). Hier ändern Sie die Ausgabe der Einheiten in **N/mm<sup>2</sup> (MPa)**.

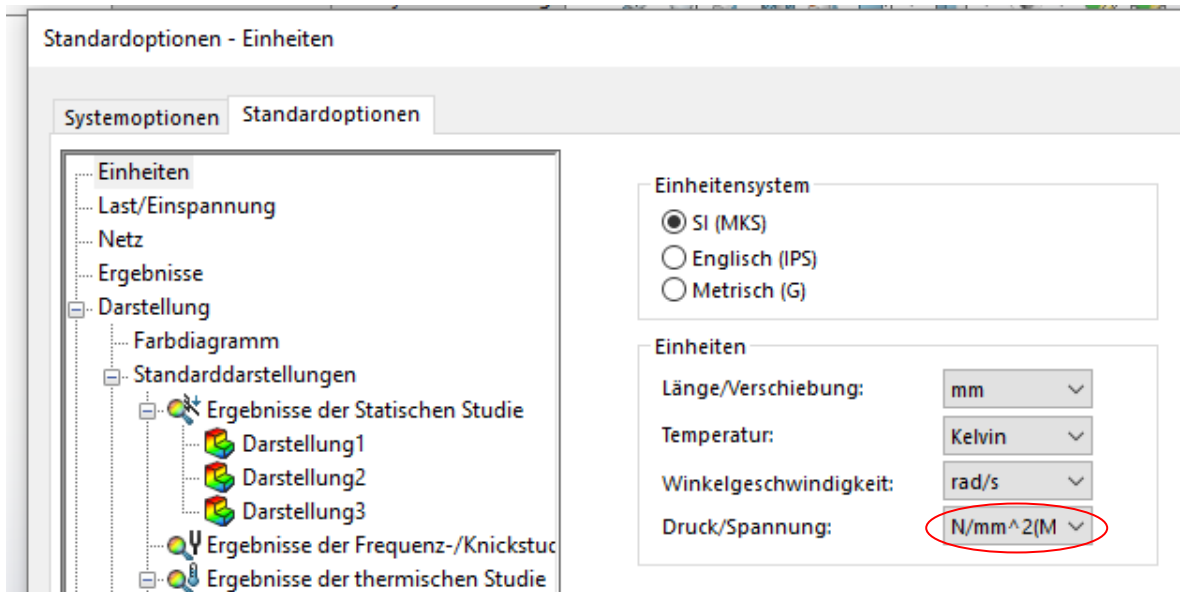
Unter **Diagrammoptionen** stellen Sie die Darstellung von **Wissenschaftlich** auf **Allgemein** (**Abb. 22 re**) und bestätigen.



**Abb. 22** Spannungsdarstellung

Die voreingestellte Spannungsart belassen sie auf „Von-Mises“ (GEH, vgl. R/M Gl. 3.9). Sie bezeichnet das Gesamtergebnis aller im Bauteil auftretenden Spannungen (vgl. auch Kapitelende).

Für alle weiteren Berechnungen sollte die Angabe der Einheit in der Voreinstellung geändert werden. Dazu wählen Sie in der Menüleiste **Simulation | Optionen | Standardoptionen**. Im Auswahlménü auf der rechten Seite wählen Sie für die Einheit **Druck/Spannung** entsprechend **N/mm<sup>2</sup> (MPa)** aus (**Abb. 23**).

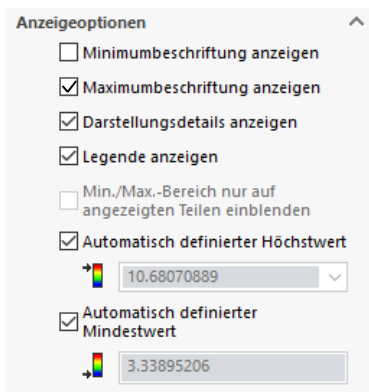


**Abb. 23** Voreinstellung der Einheit

Im offenen Reiter „Simulation“ klicken Sie auf „Verformungsergebnis“ – die Verformung wird unterdrückt. In der aktuellen Darstellung wird über Farben der Spannungsverlauf im Bauteil dargestellt (**Abb. 24**).



**Abb. 24** Simuliertes Bauteil mit einer maximalen Von-Mises-Spannung von 10,7 Nmm<sup>-2</sup>



**Abb. 25** Checkbox für Diagrammoptionen

Mit einem Rechtsklick auf die Legende (**Abb. 24**, rechts) können verschiedene Einstellungen für die Ansicht verändert werden. Das Fenster **Diagrammoptionen** (**Abb. 25**) öffnet sich auf der linken Seite. In dem Fenster können unterschiedliche Checkboxes betätigt werden.

Durch das Anklicken der Checkboxes von **Minimum-/Maximumbeschriftung anzeigen** werden im Bauteil die Min-/Max-Spannungen als Textfeld sichtbar. Voreingestellt sind die sich aus der Berechnung ergebenden Mindest- und Höchstwerte. Nimmt man die Haken raus, können individuelle Bereiche für die Betrachtung voreingestellt werden.

In der Interpretation sollen nun die Ergebnisse der Handrechnung mit denen aus der FEM-Analyse verglichen werden. Die Zugspannung beträgt nach Handrechnung  $6,25 \text{ Nmm}^{-2}$ .

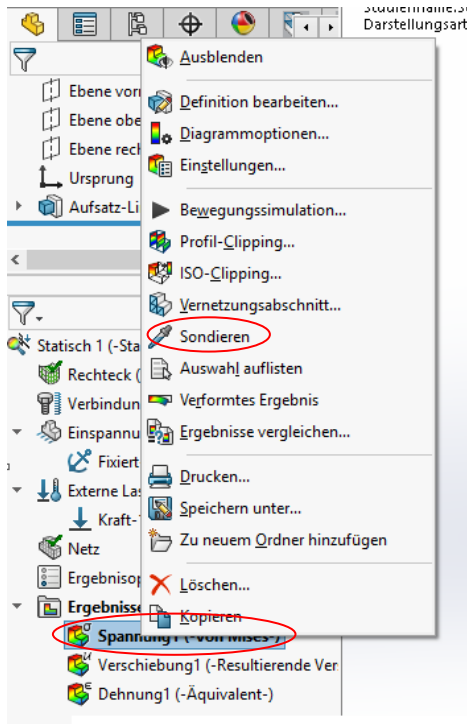


Abb. 26 Spannung sondieren

Um nun die Ergebnisse zu vergleichen, führen Sie einen Rechtsklick aus auf **Spannung | Sondieren (Abb. 26)**.

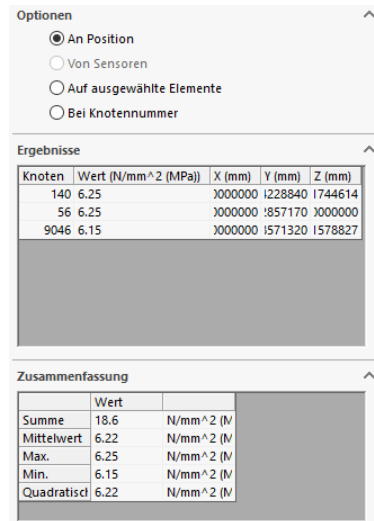


Abb. 27 Ergebnisse

Sie können nun eine beliebige Anzahl von Knotenpunkten anzeigen lassen, in dem Sie auf das Werkstück klicken (**Abb. 28**). Diese werden in der Ergebnissonde tabellarisch dargestellt (**Abb. 27**).

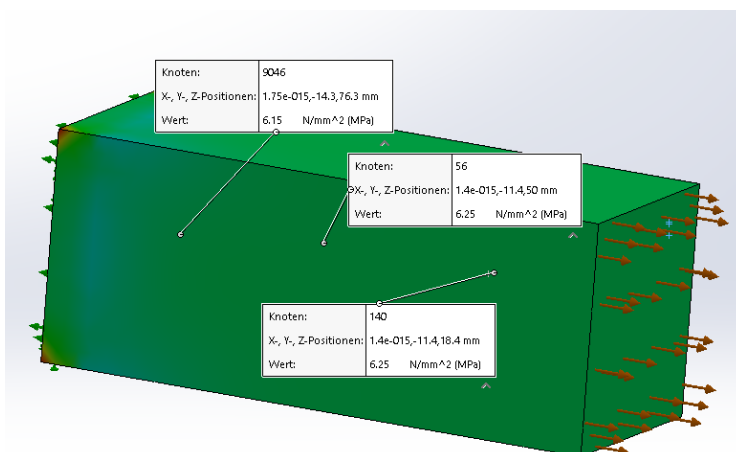


Abb. 28 Bauteil mit definierten Knotenpunkten

An den abgelesenen Knotenpunkten wird die Zugspannung überwiegend mit einem Festigkeitswert um  $6,25 \text{ Nmm}^{-2}$  angezeigt. Dieser Wert stimmt mit der Handrechnung gut überein. Allerdings ergibt die Analyse auch, dass die maximale Von-Mises-Spannung  $10,7 \text{ Nmm}^{-2}$  beträgt. Dem Anwender stellt sich nun als Frage, wieso der maximale Wert den mutmaßlich korrekten Wert um über 70 % übersteigt.

Hierzu ist grundsätzlich zu sagen, dass der hier von der FEM ermittelte Wert nach der so genannten Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) von „Von-Mises“ berechnet wurde. Diese Gleichung verrechnet alle im Bauteil auftretenden Spannungen, während die vorangestellte Handrechnung idealisiert nur von Zug ausgegangen ist.

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_b^2 + 3(\alpha_0 \cdot \tau_t)^2} = \sqrt{\sigma_b^2 + 3 \cdot \left( \frac{\sigma_{zul}}{\varphi \cdot \tau_{zul}} \cdot \tau_t \right)^2} \quad \text{Formel GEH (vgl. R/M Gl. 3.9)}$$

Eine einzelne isolierte Spannungsart kommt in der Realität aber fast nie vor. So wirken auf den Beispielkörper über das Eigengewicht mindestens noch eine Biegespannung und eine Scherspannung. In der Berechnungspraxis zeigt sich, dass die verkürzte Handrechnung bei sorgfältiger Abwägung der Rahmenbedingungen in der Regel hinreichend genau ist. Aber auch die Einbeziehung dieser Einflüsse würde die starke Abweichung hier nicht erklären.

Ursache für die Differenz ist die mathematische Methode, auf deren Grundlage die FEM-Analyse gerechnet wird. Sie führt u. a. an scharfkantigen Übergängen zu starken Abweichungen von der Realität. Dieses Phänomen der *Spannungssingularität* wird nachfolgend genauer untersucht (Kap. 3). Die Simulation hat sich also nicht „verrechnet“. Vielmehr ist die Methode ungeeignet in der Betrachtung scharfkantiger Geometrien. Der tatsächliche Spannungswert beträgt also auch am Rand ca.  $6,3 \text{ Nmm}^{-2}$  entgegen der Ergebnisanzeige der Simulation.

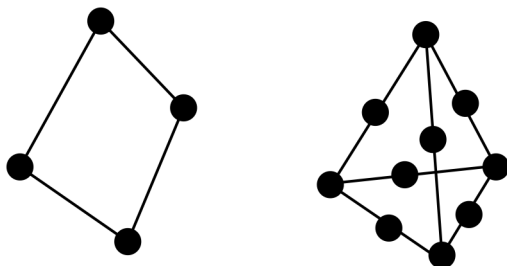
**Merke: Das Programm rechnet immer richtig! Falsch sind immer nur die vom Anwender getroffenen Annahmen und Randbedingungen oder Interpretation der Ergebnisse.**

### 3 Grundlagen der Vernetzung

Sie können bei SolidWorks Simulation auf fünf verschiedene Elementtypen für die Vernetzung zurückgreifen:

- Tetraedrische Volumenkörperelemente 1. und 2. Ordnung
- Dreieckige Schalenelemente 1. und 2. Ordnung
- Balken und Stabelemente

Tetraedrische Volumenkörper 1. Ordnung besitzen in jeder Ecke einen Knoten. Tetraedrische Volumenkörper 2. Ordnung dagegen besitzen sechs Knotenpunkte mehr, da jede Kante mittig noch einen weiteren besitzt. Somit ist das Netz tetraedrischer Volumenkörperelemente 2. Ordnung dichter gepackt und liefert deshalb ein detaillierteres Ergebnis.



**Abb. 29** Tetraedrische Volumenkörperelemente 1. und 2. Ordnung

Analog zu tetraedrischen Volumenkörperelementen 1. und 2. Ordnung gibt es die dreieckigen Schalenelemente 1. und 2. Ordnung. Die Schalenelemente werden für die Vernetzung von Blechen oder ähnlichen Bauteilen verwendet.

In den nachfolgenden Beispielen wird u. a. dargestellt, wie diese Elementtypen angewendet werden können. Balken und Stabelemente werden in diesem Selbstlernkurs nicht erläutert.

### 3.1 Spannungssingularitäten als Fehler in der FEM-Analyse

Im folgenden Beispiel werden Abweichungen der Simulation von der Realität als Folge sogenannter *Spannungssingularitäten* erläutert. Das betrachtete Modell basiert auf dem Bauteil der vorherigen Analyse (unlegierter Baustahl), nur dass ein Rechteck 70x70x10 als Halteplatte angefügt wird. Die Zugspannung bleibt somit mit  $6,25 \text{ Nmm}^{-2}$  gleich.

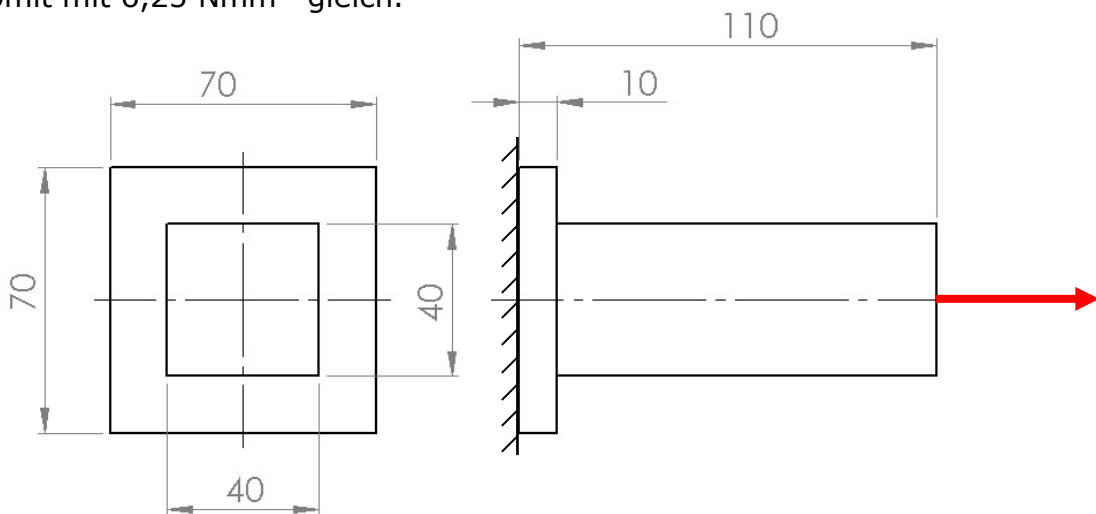


Abb. 30 Veränderter Volumenkörper

Öffnen Sie eine neue Studie (Bauteil: Rechteck mit Bodenplatte). Legen Sie eine **Fixierte Geometrie** an der großen Stirnfläche fest und definieren eine Kraft von 10.000 N an der kleinen Stirnfläche. An den folgenden Studien werden nun immer die maximale „Von-Mises-Spannung“ und die maximale Verschiebung ermittelt.

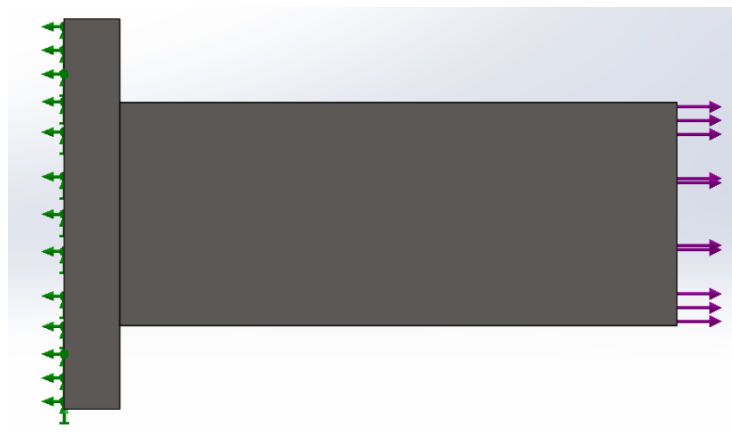


Abb. 31 3D-Körper des neuen Modells



1. Vernetzen Sie das Bauteil mit einer Elementgröße von 4 mm.

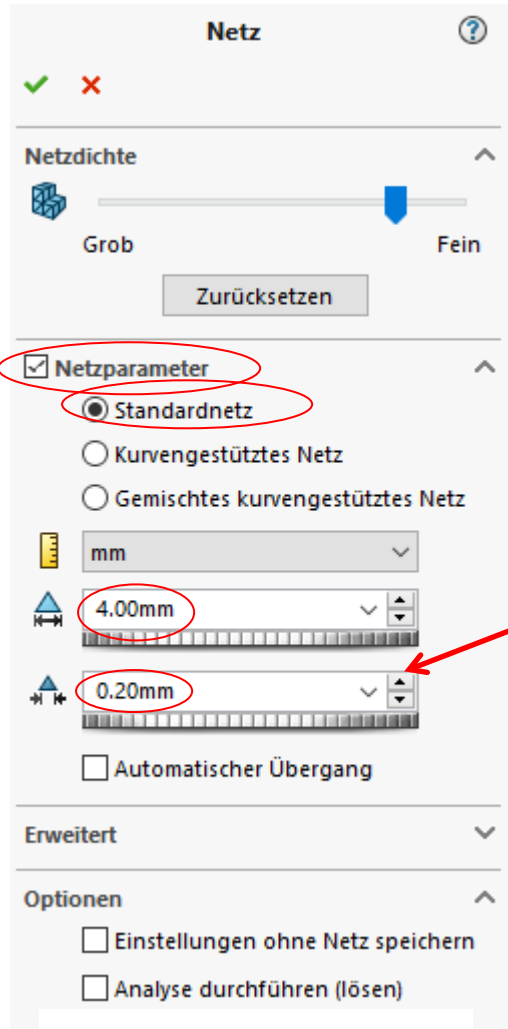


Abb. 32 Vernetzungssteuerung

Dazu Rechtsklick auf **Netz | Netz erstellen**. Setzen Sie den Haken bei **Netzparameter** (Abb. 32).

Hier setzen Sie den Radiobutton auf **Standardnetz**.

*Hinweis:* Bei verrundeten Körpern führt die Einstellung **Kurvengesteuertes Netz** zu einer besseren Vernetzung!

Im **Drehfeld** setzen Sie **Globale Größe** auf 4 mm. Die **Toleranz** ändert sich selbständig auf 0,2 mm. Es ist aber auch möglich, diese selbst zu definieren.

Es werden automatisch tetraedrische Volumenkörperelemente 2. Ordnung gewählt, wenn das **Entwurfsqualitäts-Netz** nicht aktiviert ist.

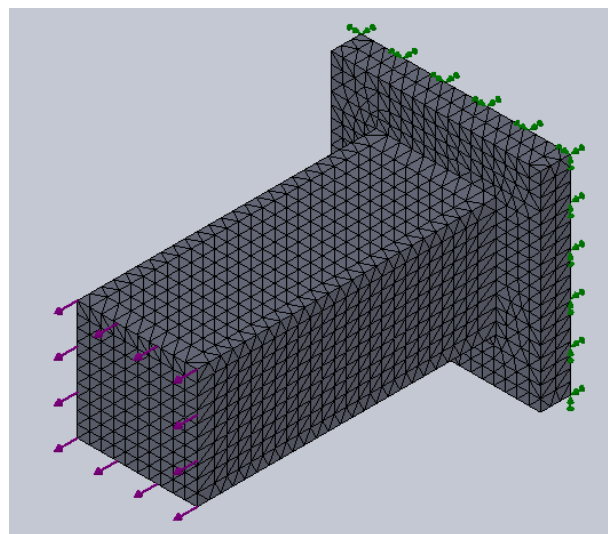
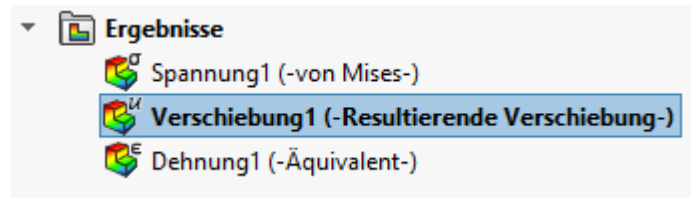


Abb. 33 Vernetzter Körper (Elementgröße 4 mm)

Führen Sie die Analyse durch und lassen Sie sich die Ergebnisse anzeigen. Um im weiteren Verlauf die Auswirkungen von Spannungssingularitäten erkennen zu können, wird die Verschiebedarstellung in die Analysen einbezogen.

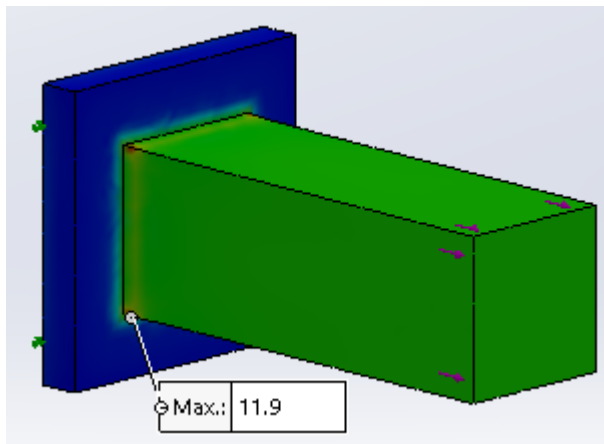
Dazu Doppelklick auf  
**Verschiebung** im  
Ergebnisordner (**Abb. 34**).



**Abb. 34** Ergebnisordner

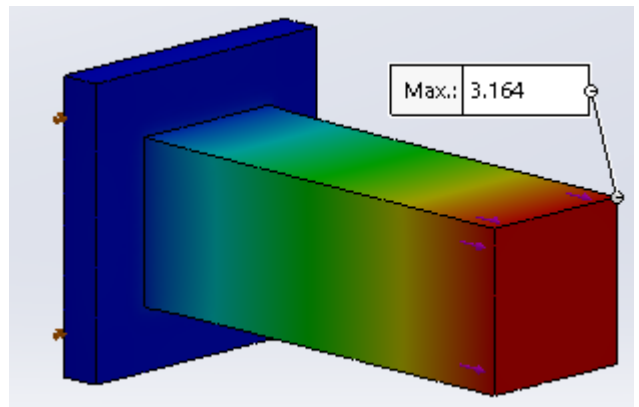
Die Verschiebung zeigt die Verlängerung des Körpers in Millimeter an. Ändern Sie die Voreinstellungen über die Diagrammoptionen der Verschiebedarstellung auf Mikrometer (micron) mit 3 Nachkommastellen.

Spannungsdarstellung



**Abb. 35** maximale Von-Mises-Spannung  
11,9 Nmm<sup>-2</sup>

Verschiebedarstellung



**Abb. 36** maximale Verschiebung  
3,164 µm

Die maximale Von-Mises-Spannung beträgt nun 11,9 Nmm<sup>-2</sup> bei einer maximalen Verschiebung von 3,164 µm. Die Spannung ist somit im Vergleich zur ersten Analyse gestiegen. Über die Verschiebung kann noch keine Aussage getroffen werden, da diese im ersten Beispiel unberücksichtigt blieb.

- Ändern Sie die Netzdichte des Bauteils. Dazu Rechtsklick auf **Netz | Vernetzungssteuerung anwenden** (Abb. 37) und bestätigen.

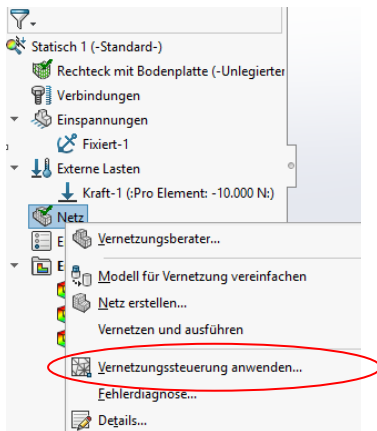


Abb. 37 Vernetzungssteuerung

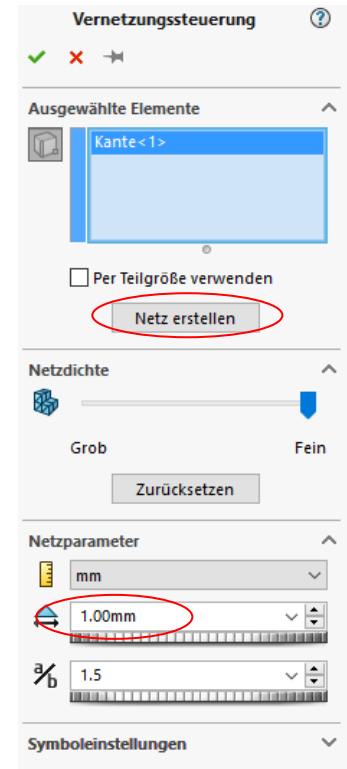


Abb. 38 Fenster der Vernetzungssteuerung

Wählen Sie eine Kante des Bauteils aus (Abb. 39, hellblau gekennzeichnet) und setzen Sie die **Elementgröße** im **Drehfeld** auf **1 mm** (Abb. 39). Durch die Auswahl einer gezielten Verkleinerung der Netzstruktur (Abb. 40) wird das Ergebnis örtlich genauer bestimmt. Am übrigen Modell kann weiterhin mit einer Elementgröße von 4mm gearbeitet werden. Eventuell müssen sie mit Cursor noch das Feld darunter anklicken, um auch hier die Änderung wirksam zu übernehmen.

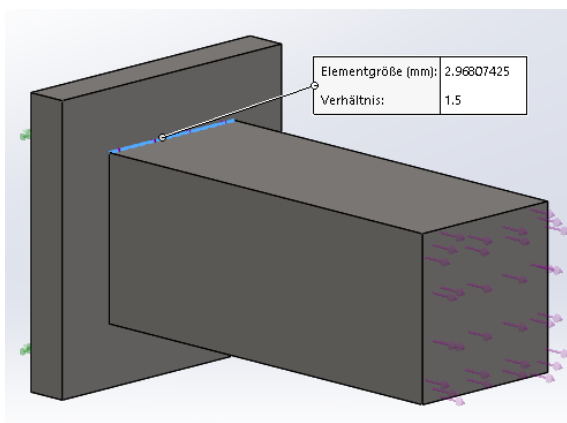


Abb. 39 Kantenauswahl zur Verdichtung

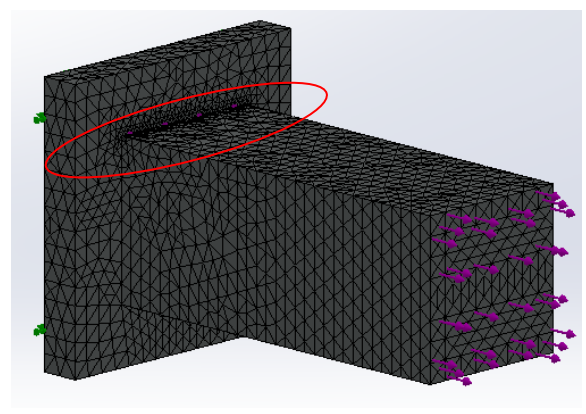
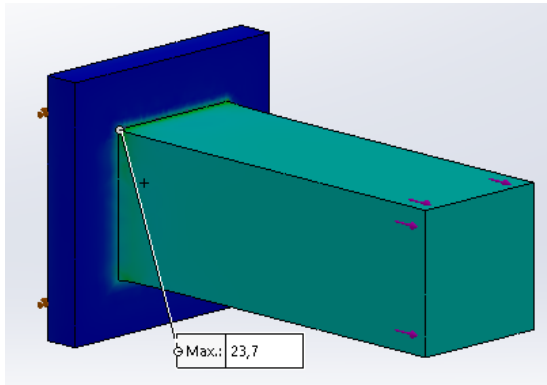


Abb. 40 Örtlich verdichtete Netzstruktur

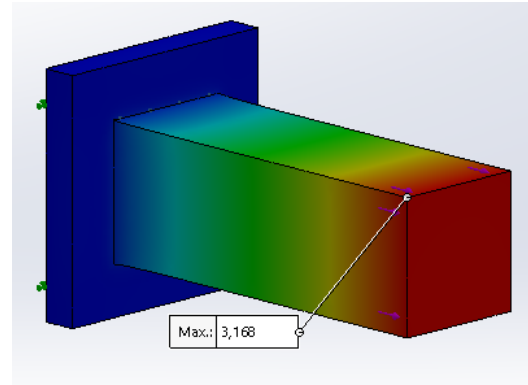
Führen Sie die Studie durch.

### Spannungsdarstellung



**Abb. 41** maximale Von-Mises-Spannung  
23,7 Nmm<sup>-2</sup>

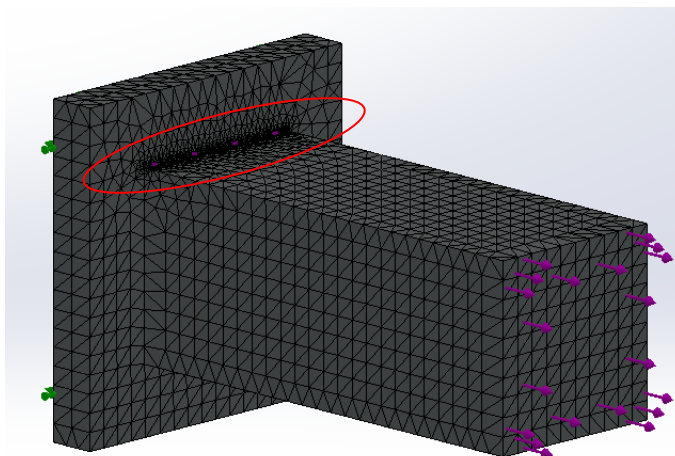
### Verschiebedarstellung



**Abb. 42** maximale Verschiebung  
3,168 µm

Die maximale Spannung hat sich von 11,9 Nmm<sup>-2</sup> auf 23,7 Nmm<sup>-2</sup> erhöht (**Abb. 41**) und damit nahezu verdoppelt. Wegen des örtlich feineren Netzes war eine Veränderung zu erwarten. Die Höhe der Abweichung überrascht jedoch zunächst. Die Verschiebung ändert sich mit 4 µm prozentual jedoch nur gering (**Abb. 42**).

3. Vernetzen Sie die Kanten erneut mit einer Elementgröße von 0,5 mm.

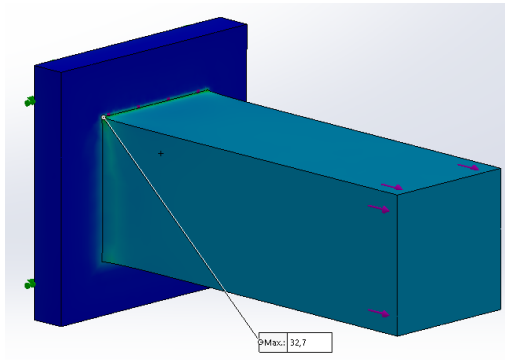


Die Vernetzungssteuerung an der scharfen Kante.

**Abb. 43** Vernetzungssteuerung auf 0,5 mm

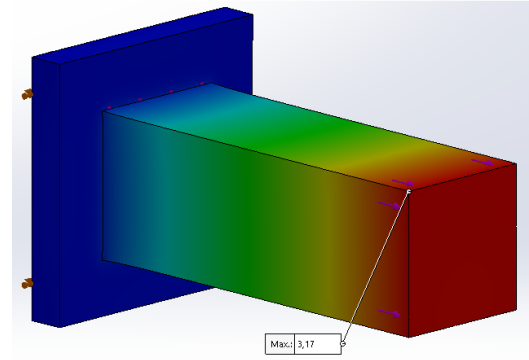
Führen Sie die Studie durch.

Spannungsdarstellung



**Abb. 44** maximale Von-Mises-Spannung  
32,7 Nmm<sup>-2</sup>

Verschiebedarstellung

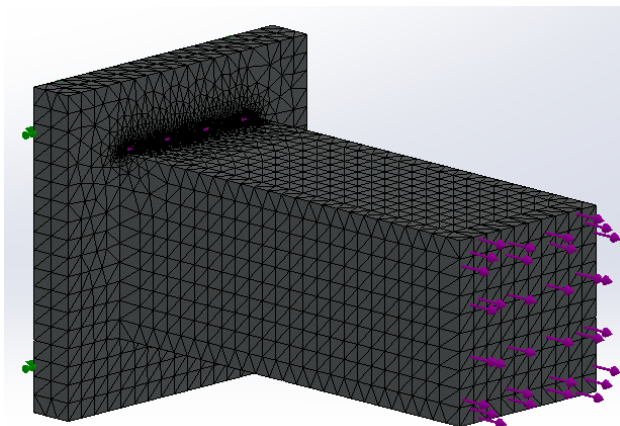


**Abb. 45** maximale Verschiebung  
3,170 µm

Die maximale Spannung steigt weiter in großen Sprüngen an (**Abb. 44**). Der Wert der Verschiebung nähert sich einem endlichen Wert (**Abb. 45**).

Man spricht hier vom *Konvergieren* der Werte. Das starke Ansteigen der Spannungswerte wird als *Divergieren* bezeichnet.

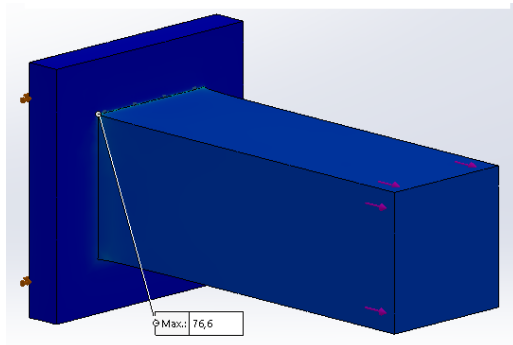
- Im dritten Durchlauf wird die Vernetzungssteuerung mit der Elementgröße von 0,1 mm erneut verringert (**Abb. 46**).



**Abb. 46** Vernetzungssteuerung auf 0,1 mm

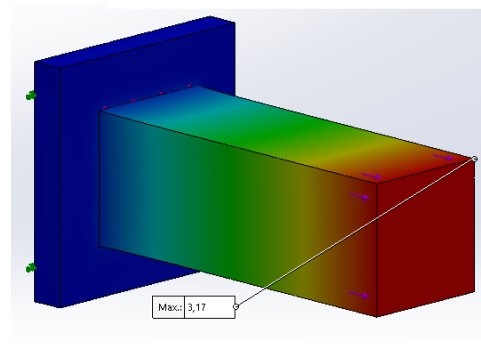
Führen Sie die Analyse durch.

### Spannungsdarstellung



**Abb. 47** maximale Von-Mises-Spannung  
76,6 Nmm<sup>-2</sup>

### Verschiebedarstellung



**Abb. 48** maximale Verschiebung  
3,170 µm

Auch in dieser Studie zeigt sich, dass die Spannungswerte immer weiter ansteigen. Die Verschiebungswerte ändern sich wieder nur geringfügig. Die Von-Mises-Spannungen divergieren also mit zunehmender Verfeinerung des Netzes, während die Werte für die Verschiebung konvergieren.

#### *Hinweis:*

Es kann je nach Softwareversion und ggf. unterschiedlichen Rechnersystemen zu geringen Differenzen zu den hier dargestellten Werten kommen. Ohnehin muss bei der FEM mit einer prozentualen Fehlerabweichung zwischen 7 und 10 % ausgegangen werden.

## Gegenüberstellung der Ergebnisse

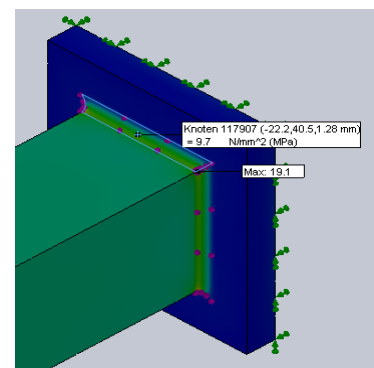
Alle Studien wurden mit der Elementgröße 4 mm für die allgemeine Vernetzung durchgeführt:

|   | Von-Mises-Spannung<br>(Nmm <sup>-2</sup> ) | Verschiebung<br>(µm) |
|---|--|----------------------|
| ohne Vernetzungssteuerung                   | 11,9                                       | 3,164                |
| Vernetzungssteuerung<br>Elementgröße 1mm    | 23,7                                       | 3,168                |
| Vernetzungssteuerung<br>Elementgröße 0,5 mm | 33,7                                       | 3,170                |
| Vernetzungssteuerung<br>Elementgröße 0,1 mm | 76,6                                       | 3,170                |

**Tabelle 1:** Ergebnisse von Spannung und Verschiebung

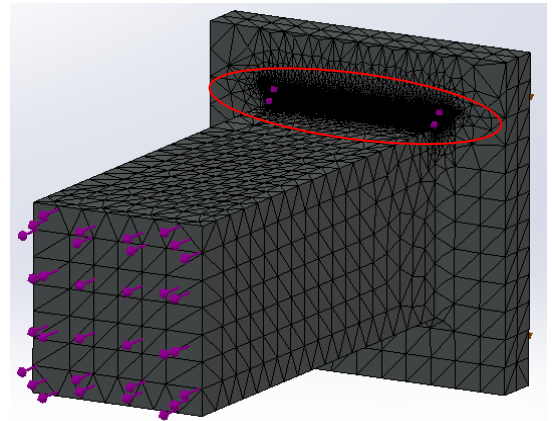
Die Divergenz der Von-Mises-Spannung ist kein Fehler der FEM. Das mathematische Berechnungsmodell im Hintergrund führt an scharfen Kanten zu starken Abweichungen des Berechnungsergebnisses zur Realität (Merke: Das Programm rechnet immer richtig!). Nach der Elastizitätstheorie ist die Spannung an einer scharfen Kante (Übergangsradius = 0) theoretisch unendlich groß. In der Mathematik wird dieses als *singular* bezeichnet, daher stammt der Begriff *Spannungssingularität*. Dies tritt an jeder unendlich scharfen Kante auf.

Will man realistische Ergebnisse, so muss das Modell an solchen Stellen mit einem kleinen Übergangsradius versehen werden. Bei Schweißkonstruktionen modelliert man beim Übergang eine Verrundung von beispielsweise 1 mm. Im vorgestellten Beispiel wurde der Übergang mit einem Radius von 3 mm verrundet (**Abb. 49**; Bauteilname im Ordner: Rechteck mit Bodenplatte Radius 3 mm).



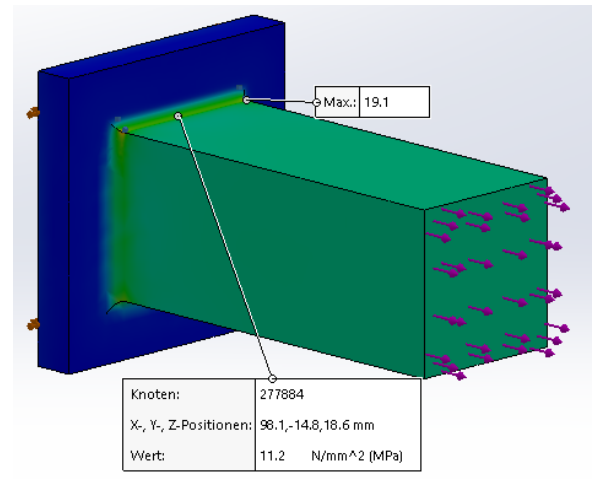
**Abb. 49** Bauteil mit 3mm Radius

Durch den angebrachten Radius im Modell konvergieren die Spannungswerte bei kleiner werdender Vernetzungssteuerung gegen ca.  $19 \text{ Nmm}^{-2}$ . Es ist dabei wegen der angenäherten Symmetrie der Spannungsverteilung hinreichend, lediglich einen Übergangsradius mittels Vernetzungssteuerung genauer zu untersuchen (vgl. **Abb. 50**). Da der Übergang als Spannungsmaximum bereits erkannt worden ist, kann die übrige Vernetzung mit der Voreinstellung belassen werden (vgl. **Abb. 19**). Durch diese Vorgehensweise wird Rechenzeit für die Vernetzung und Analyse gespart, ohne einen qualitativen Ergebnisverlust in Kauf nehmen zu müssen.



**Abb. 50** eine vernetzte Kante

Im Stoßbereich betragen die Werte nur noch ca.  $11,2 \text{ Nmm}^{-2}$  (**Abb. 51**). Bei der ersten Analyse trat dort noch die Divergenz auf. Das Maximum tritt am scharfkantigen Übergang jeweils zweier Verrundungen auf und kann als Spannungssingularität wieder vernachlässigt werden.

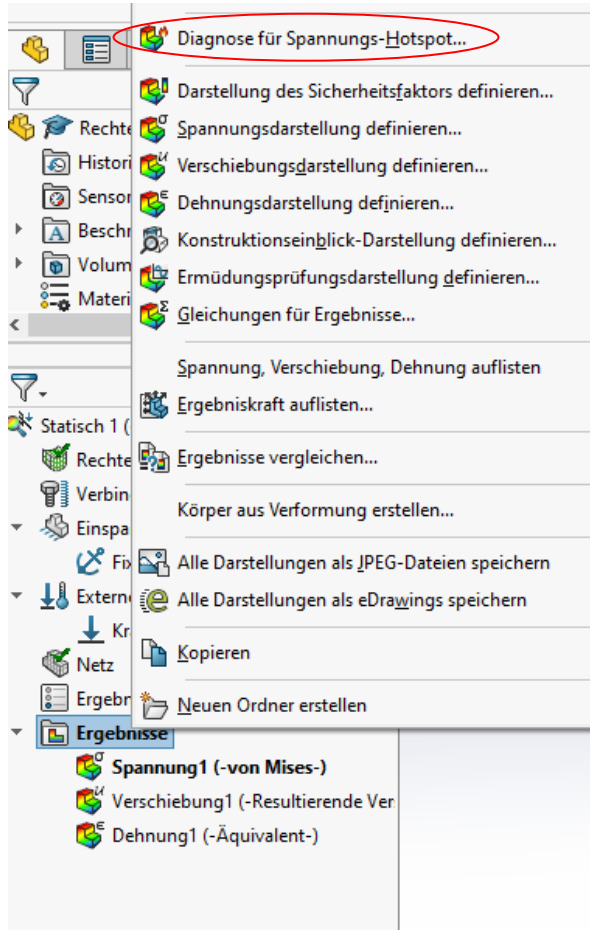


**Abb. 51** Vernetzungssteuerung mit 0,1 mm

Die Verschiebung wird nicht erneut kontrolliert, da diese bereits im ersten Beispiel konvergierte. Verschiebungselemente sind die mathematischen Unbekannten in der FEM-Analyse und werden daher immer genauer definiert sein als die Spannungen. Schon eine relativ grobe Vernetzung ergibt hier schon zufriedenstellende Ergebnisse.

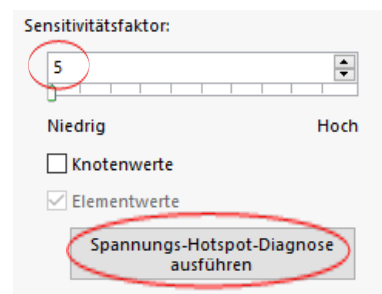


Mit dem Diagnosewerkzeug Spannungs-Hotspot können potenzielle Spannungssingularitäten identifiziert werden (vgl. **Abb. 52**).



**Abb. 52** Spannungs-Hotspot

Führen Sie eine Analyse mit dem Modell Rechteck mit Bodenplatte durch. Klicken Sie anschließend mit Rechtsklick auf **Ergebnisse** und wählen Sie **Diagnose für Spannungs-Hotspot** aus. Stellen Sie im Feld für den **Sensitivitätsfaktor** (**Abb. 53**) einen niedrigen Wert ein und führen Sie die Diagnose durch Anklicken des entsprechenden Feldes aus. Der Algorithmus sucht dann nur in den Bereichen mit den höchsten Dehnungs- und damit Spannungswerten nach Spannungssingularitäten.



**Abb. 53** Sensitivitätsfaktor

Die Analyse informiert, ob und wo ein Spannungs-Hotspot gefunden wurde (**Abb. 54**).

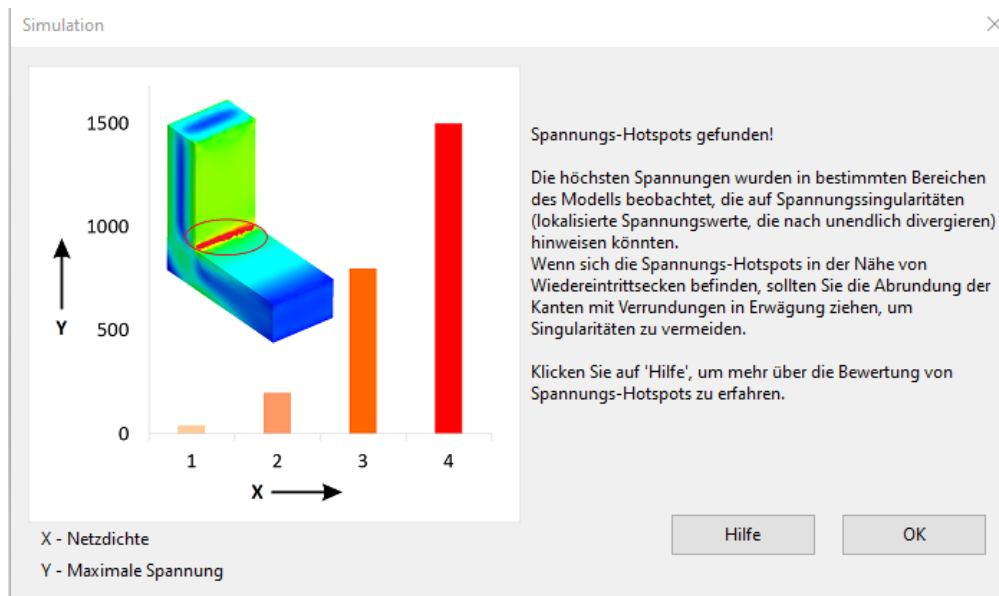


Abb. 54 Identifikation Hotspot

Durch Anklicken von **Spannungs-Hotspot isolieren**, kann der betreffende Bereich gesondert visualisiert werden (Abb. 55). Insgesamt vereinfacht dieses Tool die Identifizierung einer Spannungssingularität. Im nächsten Schritt muss der Anwender trotzdem mit der vorgestellten Vorgehensweise analysieren, ob es sich tatsächlich um eine Spannungssingularität handelt (Divergieren/Konvergieren der Spannung mit immer feinerem Netz).

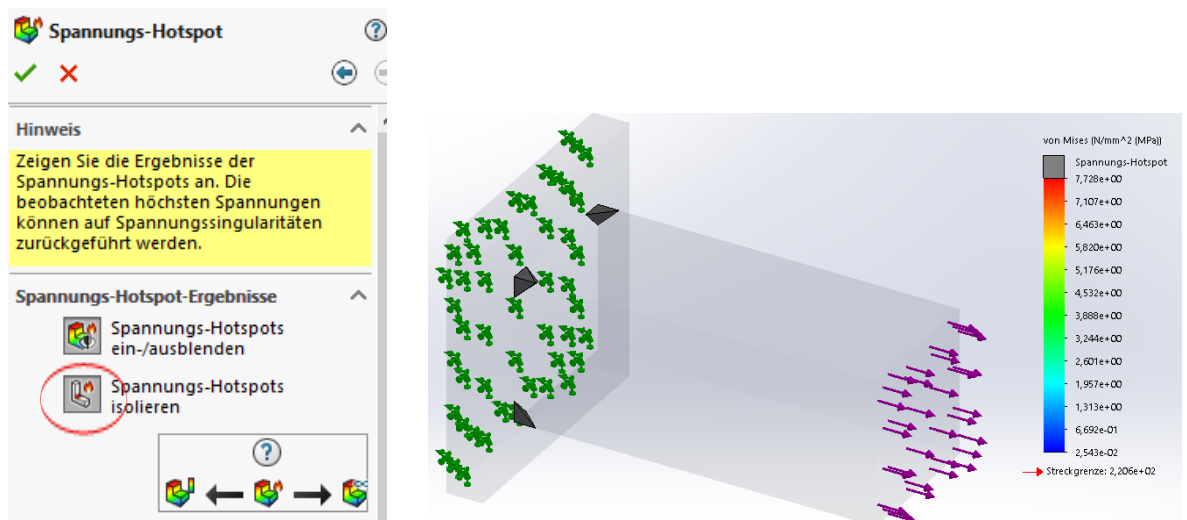


Abb. 55 Isolierung eines Spannung-Hotspot

Die einfache Handhabung eines FEM-Tools verführt nur allzu schnell, ohne hinreichende eigene Gedankenführung den Ergebnissen der Simulation zu vertrauen – das Programm rechnet immer richtig! Unkenntnis hinsichtlich der Fehlerquellen eines solchen Werkzeugs und mögliche eigene fachliche Lücken sind die eigentlichen Ursachen für von der Realität abweichende Ergebnisse und damit für (fatale) Fehleinschätzungen.

**Merke: Das Problem sitzt stets vor dem Rechner.**

Zur Abschätzung der Vertrauenswürdigkeit der Ergebnisse können folgende Hinweise helfen:

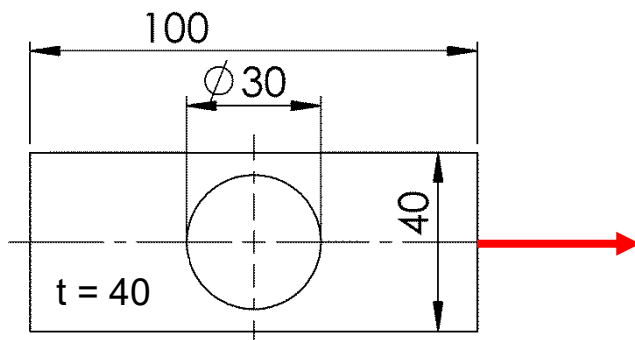
- Bei FEM-Berechnungen ist mit einem kumulierten Fehler bis ca. 10 % zu rechnen
- FEM-Berechnungen sind stets mit Handrechnung auf Plausibilität zu prüfen
- Die Wahl des Elementtyps bei der Vernetzung muss gut begründet sein
- An Stellen mit Spannungskonzentrationen eine Vernetzungssteuerung einsetzen
- Alle scharfen Kanten runden, um den Effekt von Spannungssingularitäten zu begrenzen
- Mehrere Durchläufe mit zunehmend feineren Netzen durchführen um zu prüfen, ob die Ergebnisse konvergieren oder divergieren

In der SolidWorks-Info findet sich folgender weiterer zu befolgender Hinweis:  
*„Begründen Sie Ihre Konstruktionsentscheidungen nicht ausschließlich auf Ergebnisse der Simulation. Verwenden Sie diese Informationen in Kombination mit experimentellen Daten und praktischen Erfahrungswerten. Praktische Tests sind zur Bewertung der endgültigen Konstruktion unerlässlich. Die Simulation Konstruktions-Software hilft, die Zeit zur Erlangung der Marktreife zu reduzieren, indem praktische Tests verringert aber nicht eliminiert werden.“*

Wenn dies der Hersteller selbst so formuliert, sollte sich der Nutzer nicht darüber hinwegsetzen.

### 3.2 Vernetzung mit Schalenelementen

Die Vernetzung mit Schalenelementen kommt im Besonderen bei Blechteilen zum Einsatz. Der Vorteil liegt in einer im Vergleich zu den Volumenkörpern erheblichen Verringerung der zu berechnenden Daten wegen der Gleichheit in der Geometrie und damit zu einem schnelleren zeitlichen Durchlauf im Berechnungsgang.



Hierzu wird wieder das Eingangsbeispiel genutzt (siehe **Abb. 4**). Zusätzlich ist eine Bohrung eingebracht worden.

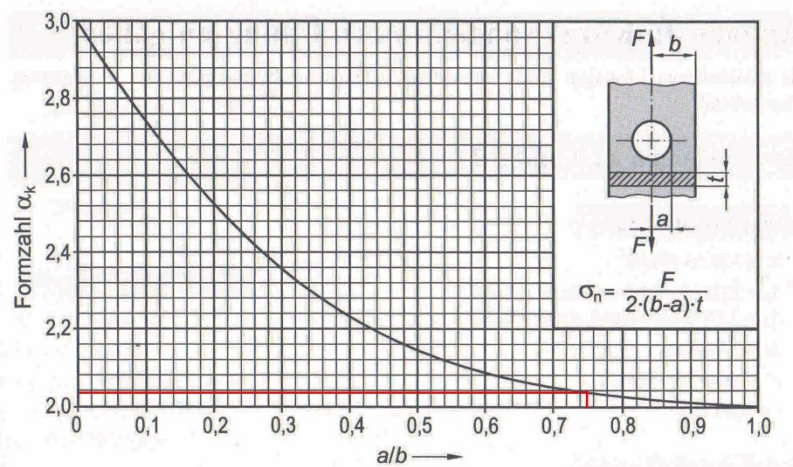
**Abb. 56** Bauteil mit 30 mm Bohrung

Berechnung:

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \sigma_z = \frac{F}{A} \\ &= \frac{10.000\text{N}}{(40\text{mm} - 30\text{mm}) \cdot 40\text{mm}} \\ &= 25,0\text{Nmm}^{-2}\end{aligned}$$

Formzahl für Kerbwirkung

$$\alpha_k = 2,04 \quad \left( \frac{a}{b} = \frac{15\text{mm}}{20\text{mm}} = 0,75 \right)$$

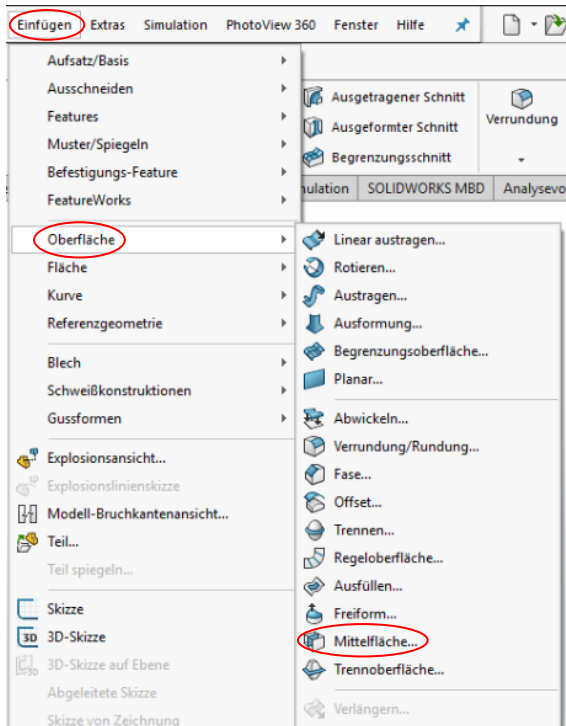


**Abb. 57** Kerbwirkungsdiagramm

Maximalspannung mit Kerbwirkung im statischen Zustand:

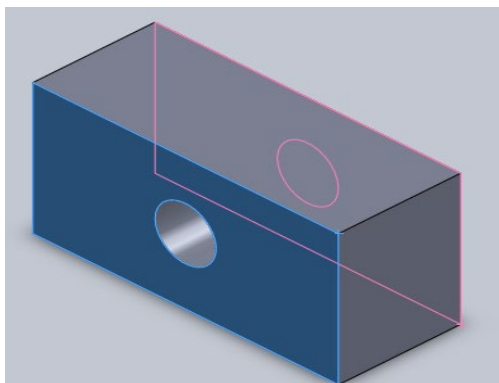
$$\begin{aligned}\sigma_{\max} &= \alpha_k \cdot \sigma_n \\ &= 2,04 \cdot 25,0 \text{ Nmm}^{-2} = \underline{\underline{51,0 \text{ Nmm}^{-2}}}\end{aligned}$$

Im Weiteren muss aus der Modellansicht heraus eine Mittelfläche eingefügt werden (**Abb. 58, 59**).



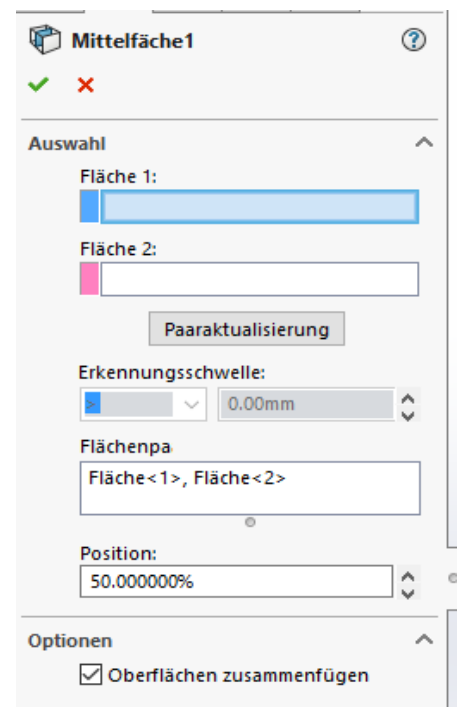
**Abb. 58** Mittelfläche einfügen

Wählen sie dann beide **Randflächen** (**Abb. 60**) an. Diese erscheinen als Flächenpaare im Fenster **Oberfläche-Mittelfläche** (**Abb. 59**).



**Abb. 60** Bauteil mit ausgewählter Randfläche

Dieses geschieht durch **Einfügen | Oberfläche | Mittelfläche**. Eventuell muss diese Option über Menü anpassen (unter Hilfe) der Auswahl hinzugefügt werden.



**Abb. 59** Oberfläche-Mittelfläche

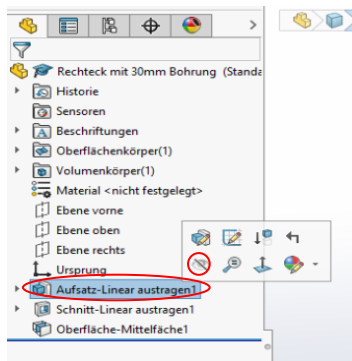


Abb. 61 Detailansicht Feature Manager

Wählen Sie im Feature Manager  
(**Abb. 61**) **Aufsatz Linear**  
**Austragen 1** an und bestätigen  
mit **Ausblenden**. Es ist nun nur  
noch die Mittelfläche zu sehen.

1. Erstellen Sie eine neue Studie.
2. Schließen Sie den Volumenkörper aus der Studie aus (**Abb. 62**).

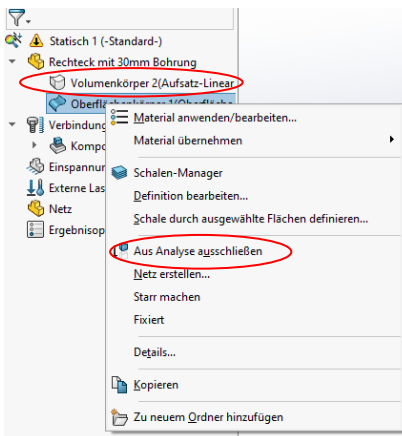


Abb. 62 Volumenkörper aus Analyse ausschließen

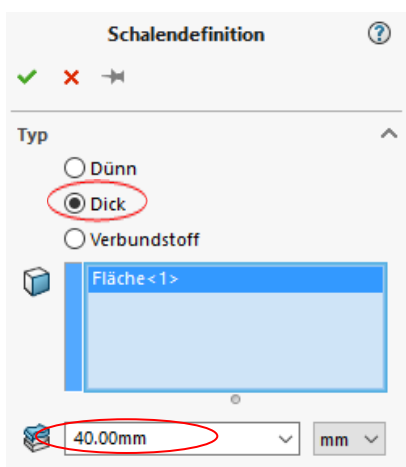
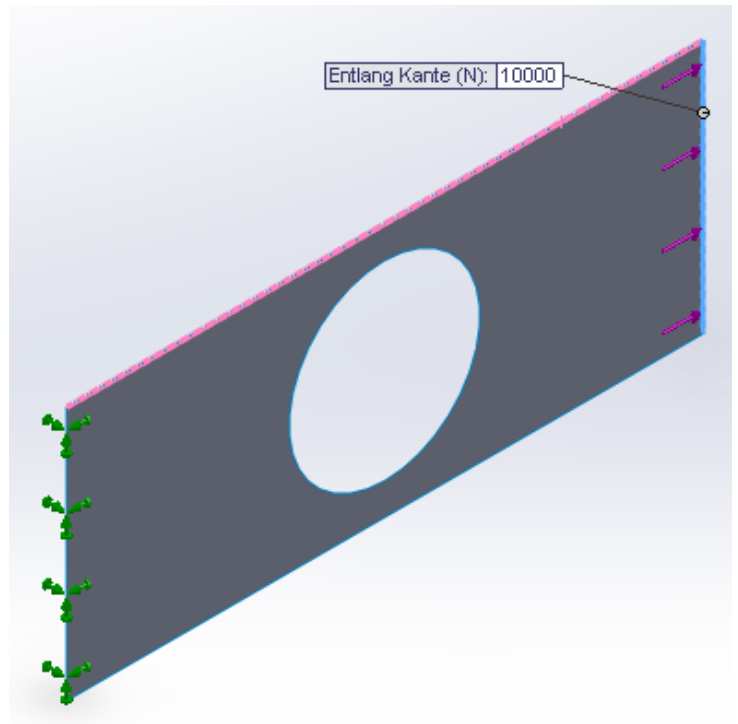
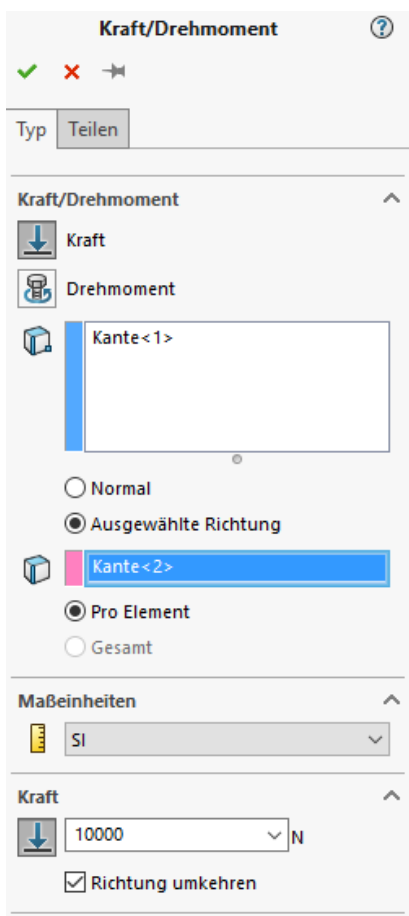


Abb. 63 Schalendefinition

3. Machen Sie einen Rechtsklick auf  
**Oberflächenkörper | Schale durch**  
**ausgewählte Flächen definieren**.  
Schalendefinitionen können nur vorgenom-  
men werden, wenn es sich bei dem Bauteil  
um ein Blech oder eine Fläche handelt.  
Wenn das Höhen-Dicken Verhältnis größer  
20 ist, wählt man dünn. In unserem Fall  
 $40 \text{ mm} / 40 \text{ mm} = 1$ . Also wählen Sie dick  
(**Abb. 63**). Wählen Sie die Fläche an und  
geben als Dicke 40 mm ein.

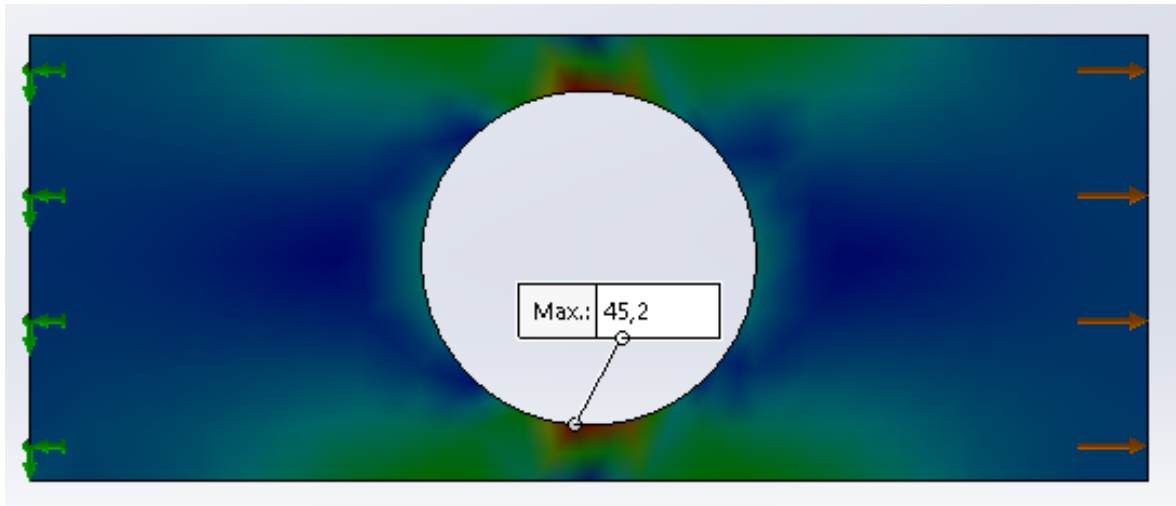
4. Definieren Sie auf dem Oberflächenkörper **Material (unlegierter Baustahl)**.
5. Die feste Einspannung erfolgt über die linke Kante der Schale (**Abb. 64**).
6. Definieren Sie die Kraft an der gegenüberliegenden Kante (blau). Wählen Sie **Ausgewählte Richtung** und wählen Sie die obere Kante (rosa). Definieren Sie die Kraft mit 10.000 N und kehren Sie die Richtung um.



**Abb. 64** Schalendefinition

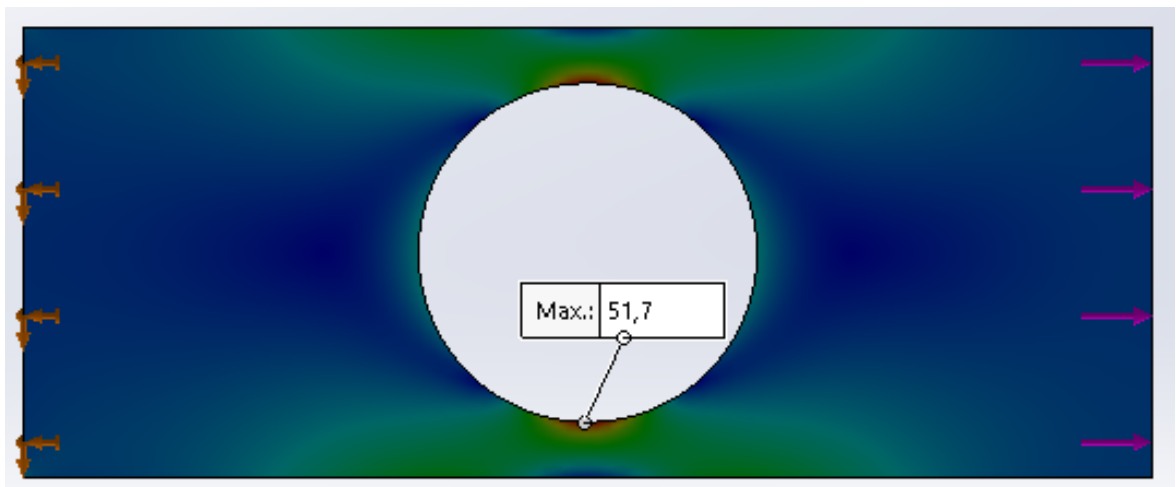
7. Beim Vernetzen legen Sie die Elementgröße mit 5 mm fest. Klicken Sie ggf. auch in das darunterliegende Feld hinein zur Übernahme der Einstellung.
8. Führen Sie die Studie aus.

Die maximale Spannung beträgt  $45,2 \text{ Nmm}^{-2}$  (**Abb. 65**). Dieser Wert weicht erheblich von der errechneten Spannung von  $51,0 \text{ Nmm}^{-2}$  ab.



**Abb. 65** Schalenanalyse mit 5 mm Vernetzung

Für eine weitere Analyse verkleinern Sie die Elementgröße auf 1 mm. Der maximale Spannungswert steigt auf  $51,7 \text{ Nmm}^{-2}$ .



**Abb. 66** Schalenanalyse mit 1 mm Vernetzung

Dieser Wert stimmt mit dem aus Handrechnung hinreichend überein. Dieses Beispiel verdeutlicht, dass die Schalenvernetzung bei entsprechend gestalteten Modellen hinreichend genaue Ergebnisse liefert bei deutlich verkürztem Rechenaufwand für die FEM.

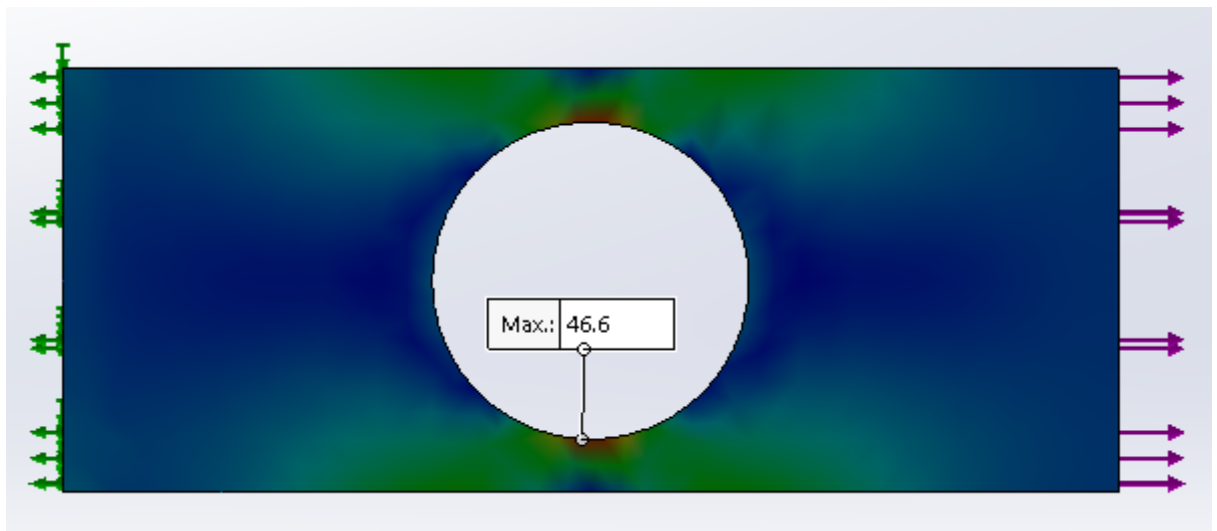


### 3.3 Gegenüberstellung der Vernetzungsvarianten

Zum Vergleich der Ergebnisqualitäten wird der Beispielkörper (**Abb. 56**) neben der Vernetzung mit Schalenelementen nachfolgend mit Netzen aus tetraedrischen Volumenkörperelementen verglichen. Öffnen Sie hierzu das Modell neu.

Erstellen Sie hierfür eine neue Studie. Definieren Sie auch hier wieder die Kraft mit 10.000 N. Das Bauteil wird an der linken Seite fixiert.

1. Erstellen Sie das Netz mit den Vorgabewerten von SolidWorks und führen Sie die Analyse durch.



**Abb. 67** Simuliertes Bauteil mit Vernetzung nach Vorgabe

Die Analyse zeigt eine maximale Von-Mises Spannung von  $46,6 \text{ Nmm}^{-2}$  (**Abb. 67**).

2. Ändern Sie nun die Netzeinstellungen (Netzparameter) auf Elementgröße 2,5 mm. Die maximale Von-Mises Spannung beträgt nun  $48,6 \text{ Nmm}^{-2}$ .
3. Erstellen Sie nun eine Vernetzungssteuerung in der Bohrung von 1 mm. Die Volumenkörperelementgröße definieren Sie auf 5 mm. Die maximale Von-Mises-Spannung beträgt nun  $49,8 \text{ Nmm}^{-2}$ .

| Berechnung- bzw. Simulationsart   | Von-Mises- Spannung<br>(Nmm <sup>-2</sup> ) |
|---|---|
| Handrechnung mit $\alpha_k=2,04$  | 51,0 Nmm <sup>-2</sup>                      |
| Schalenelement<br>(Elementgröße 5mm)                                      | 45,2 Nmm <sup>-2</sup>                      |
| Schalenelement<br>(Elementgröße 1mm)                                      | 51,7 Nmm <sup>-2</sup>                      |
| SolidWorks Voreinstellung<br>(Elementgröße 5,7 mm)                        | 46,6 Nmm <sup>-2</sup>                      |
| Tetraedrische Volumenkörperelement<br>(Elementgröße 2,5 mm)               | 48,6 Nmm <sup>-2</sup>                      |
| Vernetzungssteuerung 1 mm mit<br>Volumenkörperelement (Elementgröße 5 mm) | 49,8 Nmm <sup>-2</sup>                      |

**Tabelle 2:** Gegenüberstellung der Vernetzungsvarianten

Der Wert, der unserer händischen Berechnung am nächsten kommt, ist der mit den Schalenelementen (51,7 Nmm<sup>-2</sup>). Die Abweichung des Ergebnisses mit der Vernetzungssteuerung ist aber im tolerierbaren Rahmen. Die Qualität der Ergebnisse von Berechnung als Volumenkörper oder als Schalenelement hat vor allem Begründung hinsichtlich des Rechenaufwands. Vergleichbare Berechnungen mit Schalenelementen benötigen grundsätzlich geringere Datenmengen und damit kürzere Rechenzeiten.

Abschließend betrachtet kann folgende Ergebnisprognose getroffen werden: Je feiner das Netz erstellt, desto genauer das Ergebnis am realen, desto größer aber auch der Berechnungsaufwand. Die Vernetzungssteuerung hilft, einen sinnvollen Kompromiss zwischen Rechenaufwand und hinreichender Ergebnisgenauigkeit zu finden. In unserem Beispiel werden die Randbereiche mit Sicherheit nicht gefährdet sein – hier reicht das vergleichsweise grobe Standardnetz der Voreinstellung. Im Bereich der Bohrung ist mit Spannungsspitzen zu rechnen. Hier werden die Ergebnisse durch eine gezielte Vernetzungssteuerung hinreichend genau.

## 4 Grundbeanspruchungsarten

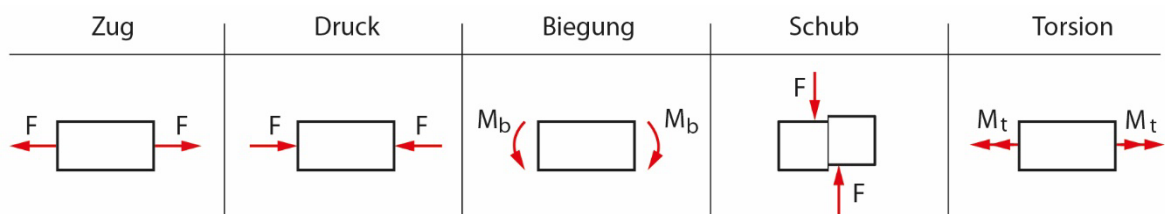
In den vorstehenden Kapiteln wurden die Grundlagen der FEM-Analyse erarbeitet und an zielführenden Beispielen mit SolidWorks-Simulation umgesetzt. Im Weiteren erfolgt die Anwendung und Vertiefung des Wissens.

FEM-Simulationen eignen sich sehr gut dazu, die Theorien der Festigkeitslehre besser zu verstehen. Bei analytischen Berechnungen (Handrechnung) wird zuerst eine Stelle im Bauteil festgelegt, wo das innere Kräftesystem und die wirkenden Spannungsarten bestimmt und berechnet werden (in der Regel beim Spannungsmaximum). Erst im Ergebnis einer FEM-Analyse sieht man aber auch den Spannungsverlauf im gesamten Bauteil, der den sogenannten Kraftfluss repräsentiert als Analogie zur Strömungslehre.

In diesem Kapitel wird anhand von Beispielen zu den Grundbeanspruchungsarten die Anwendung von SolidWorks-Simulation geübt.

Aus der Festigkeitslehre sind die fünf Grundbeanspruchungsarten bekannt:

- Zug
- Druck
- Biegung
- Schub
- Torsion



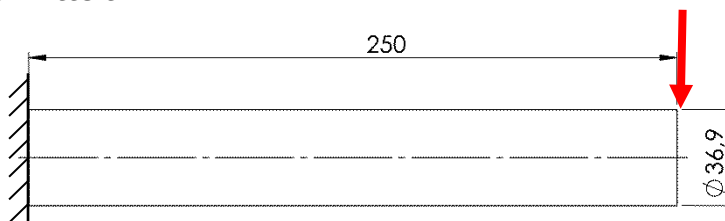
**Abb. 68** Beanspruchungsarten

Nachstehend folgen FEM-Analysen zur Biege- und Torsionsspannung. Einführend werden Handrechnungen durchgeführt. Die analysierten Profile haben in allen Übungen denselben Querschnitt. Abschließend werden die Profile hinsichtlich ihrer Eignung für die benannten Spannungsarten verglichen und beurteilt.

Beachten Sie grundsätzlich: Die von der FEM ermittelten Von-Mises-Werte berücksichtigen stets alle Spannungen. So wird eine Biegespannung immer auch von einer Schubspannung überlagert. Auch die durch das Eigengewicht verursachten Spannungen gehen stets in die Analyse ein. Zudem muss immer auch mit einer kumulierten Fehlerrate von 7-10 % gerechnet werden. Auch die Feinheit des Netzes hat Einfluss auf die Ergebnisqualität.

#### 4.1 Vollwelle auf Biegespannung

Bei der dargestellten Welle, die einseitig eingespannt ist, wird die Biegespannung ermittelt.



**Abb. 69** Vollwelle auf Biegespannung

$F = 10.000 \text{ N}$ ;  $l = 250 \text{ mm}$ ;  $D = 36,9 \text{ mm}$

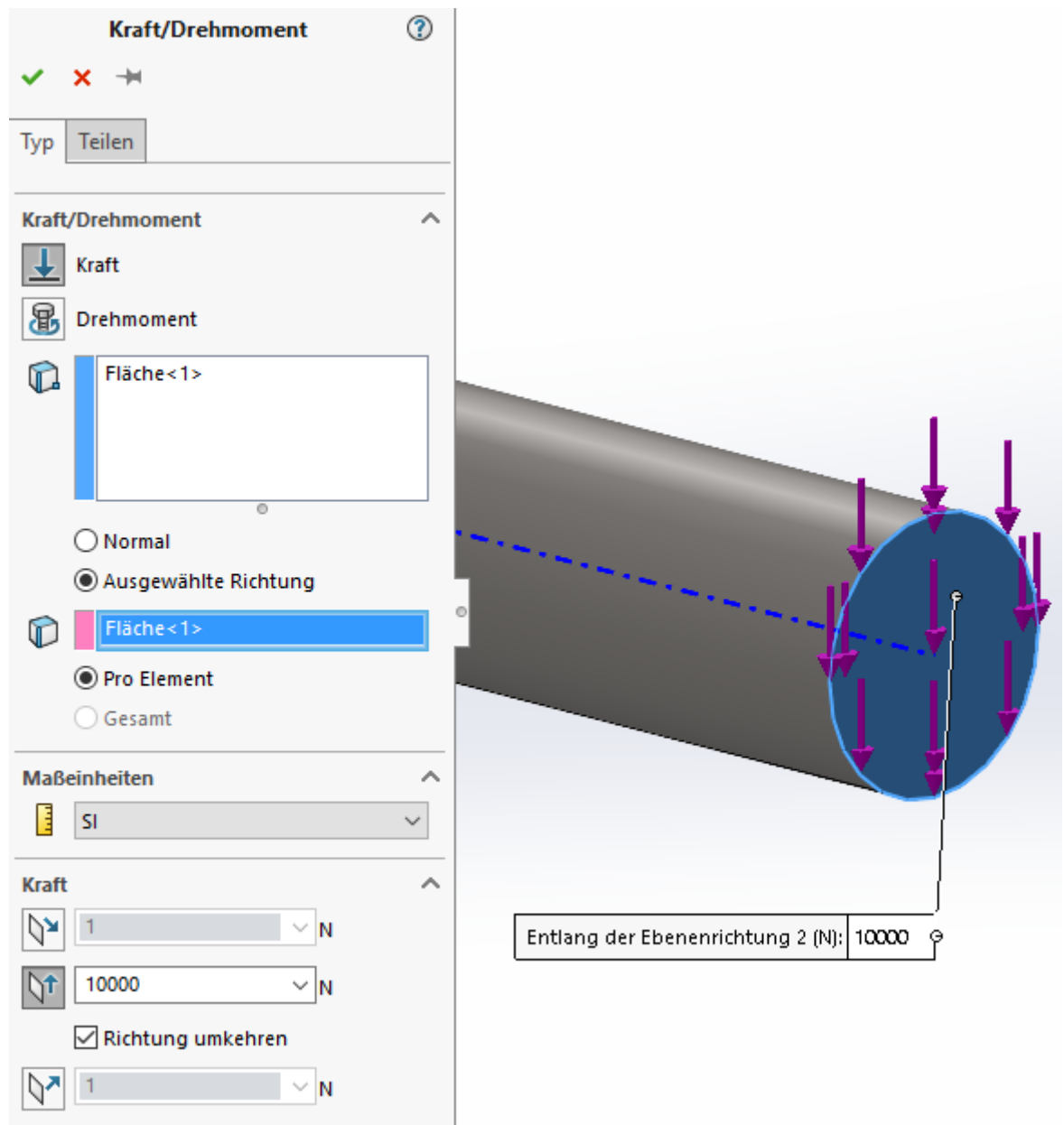
Material: S235JR (unlegierter Baustahl)

Biegespannung:

$$\begin{aligned}\sigma_b &= \frac{M_b}{W_x} = \frac{F \cdot l}{\frac{\pi \cdot d^3}{32}} \\ &= \frac{10.000 \text{ N} \cdot 250 \text{ mm}}{\frac{\pi \cdot (36,9 \text{ mm})^3}{32}} = \underline{\underline{506,8 \text{ Nmm}^{-2}}}\end{aligned}$$

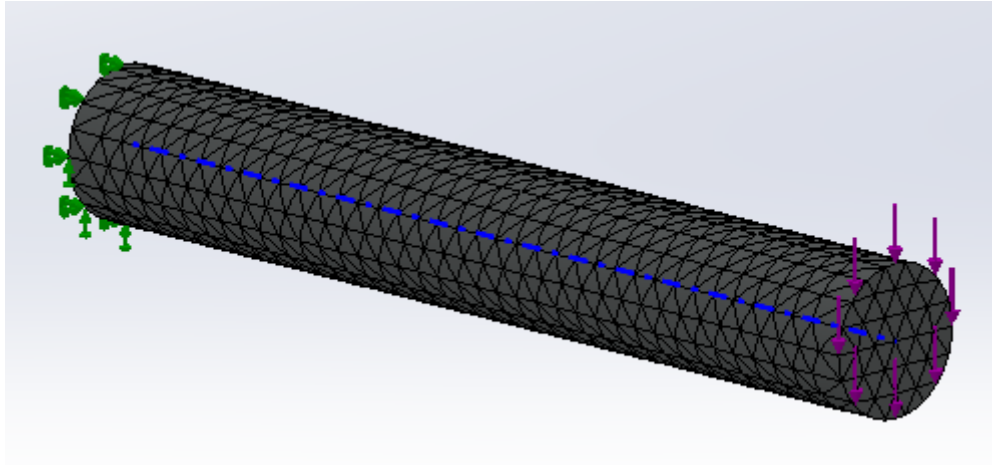
Das Ergebnis der Handrechnung wird mit denen der FEM verglichen:

1. Öffnen Sie das Modell für das Bauteil (Vollwelle).
2. Erstellen Sie eine statische Studie.
3. Bestimmen Sie das Material (unlegierter Baustahl).
4. Wählen Sie die feste Einspannung.
5. Definieren Sie die Kraft mit 10.000 N (**Abb. 66**).



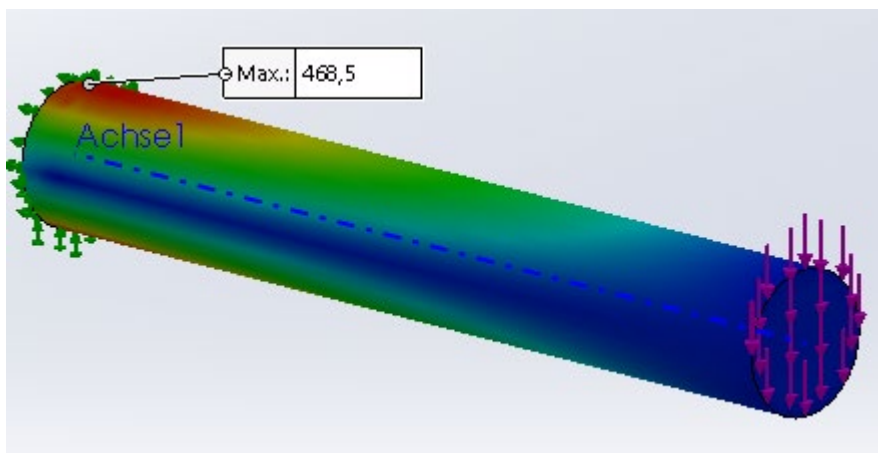
**Abb. 70** Vollwelle mit Kraftfenster

6. Nun vernetzen Sie das Bauteil mit der mittleren Elementgröße (Abb. 67). Die mittlere Elementgröße ist automatisch vorgegeben.



**Abb. 71** Vernetzte Welle

7. Führen Sie die Studie aus.



**Abb. 72** Simulierte Vollwelle auf Biegung

In dieser Ansicht ist die neutrale Faser zu erkennen (**Abb. 72** blauer Bereich). Dort liegt eine geringe Spannung am Werkstück an ( $\rightarrow 0$ ). Im Randfaserbereich liegt eine maximale Von-Mises-Spannung von  $468,5 \text{ Nmm}^{-2}$  an. Der simulierte Wert liegt vertretbar unter dem berechneten Wert ( $506,8 \text{ Nmm}^{-2}$ ). Zudem muss hier wie bei den nachfolgenden Simulationen von Spannungssingularitäten an den Einspannungen ausgegangen werden, die hier aber offensichtlich noch nicht bedeutend für das Ergebnis ist.

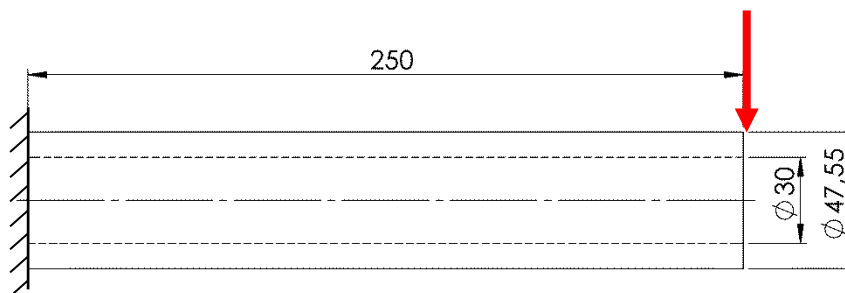
## 4.2 Hohlwelle auf Biegespannung

Jetzt wirkt die Einzellast auf eine Hohlwelle (**Abb. 73**). Wie eingangs beschrieben ist der betrachtete Querschnitt in allen Bauteilen in Kapitel 4 identisch.

$F = 10.000 \text{ N}$ ;  $l = 250 \text{ mm}$

$D = 47,55 \text{ mm}$ ;  $d = 30 \text{ mm}$

Material: S235JR



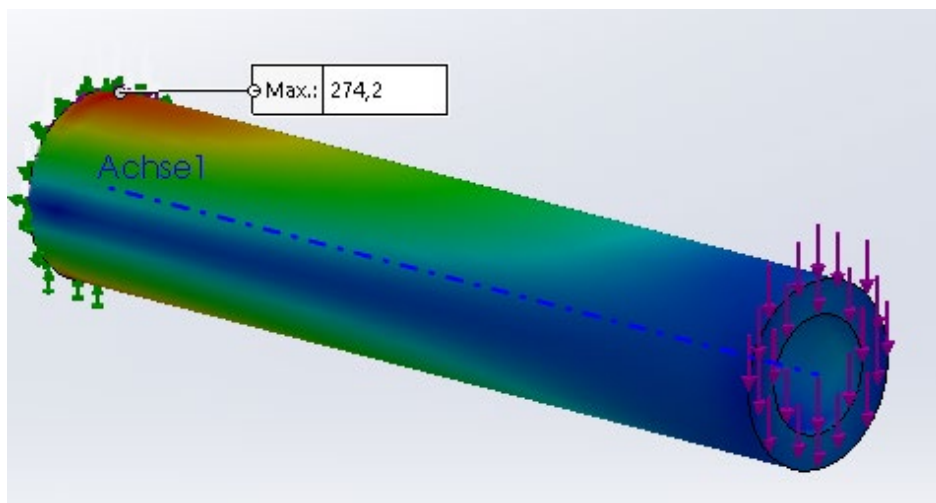
**Abb. 73** 2D-Skizze Hohlwelle

Biegespannung:

$$\begin{aligned}\sigma_b &= \frac{M_b}{W_x} = \frac{F \cdot l}{\frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D}} \\ &= \frac{10.000 \text{ N} \cdot 250 \text{ mm}}{\frac{\pi \cdot ((47,55 \text{ mm})^4 - (30 \text{ mm})^4)}{32 \cdot 47,55 \text{ mm}}} = \underline{\underline{281,5 \text{ Nmm}^{-2}}}\end{aligned}$$

Nun wird das Ergebnis mit der FEM-Analyse überprüft.

1. Öffnen Sie das Modell für das Bauteil (Hohlwelle).
2. Erstellen Sie eine statische Studie.
3. Bestimmen Sie das Material (unlegierter Baustahl).
4. Wählen Sie die feste Einspannung.
5. Legen Sie die Kraft mit 10.000 N fest.
6. Führen Sie die Studie durch.



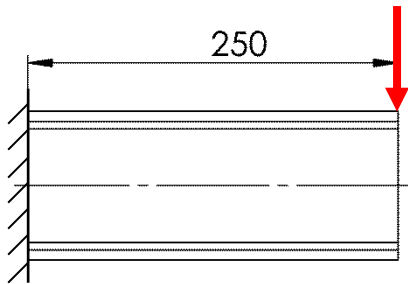
**Abb. 74** Simulierte Hohlwelle

Die maximale Von-Mises-Spannung beträgt  $274,2 \text{ Nmm}^{-2}$  (**Abb. 74**). Dieser Wert kommt dem errechneten Wert sehr nahe.



### 4.3 I-Träger auf Biegespannung

Bei dem dargestellten I-Profil DIN 1025-S235JR-I100, der einseitig eingespannt ist, werden nun die auftretenden Biegespannungen berechnet.



**Abb. 75** Belasteter I-Träger

Gegebene Werte:

$F = 10.000 \text{ N}$ ;  $W_x = 34.200 \text{ mm}^3$  (vgl. R/M TB 1-11)

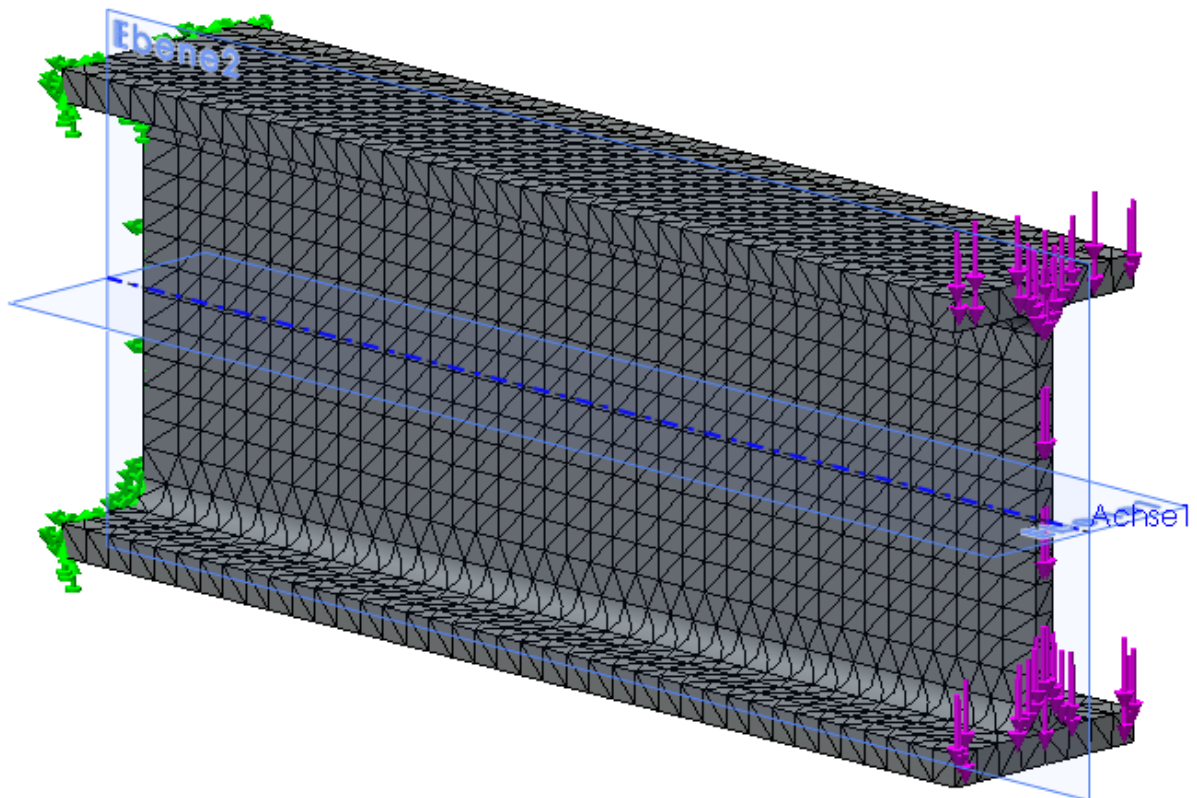
Material: S235JR

Biegespannung:

$$\begin{aligned}\sigma_b &= \frac{M_b}{W_x} = \frac{F \cdot l}{W_x} \\ &= \frac{10.000 \text{ N} \cdot 250 \text{ mm}}{34.200 \text{ mm}^3} = \underline{\underline{73,1 \text{ Nmm}^{-2}}}\end{aligned}$$

Nun wird das Ergebnis mit der FEM-Analyse überprüft.

1. Öffnen Sie das Modell für das Bauteil (I-Träger).
2. Erstellen Sie eine statische Studie.
3. Bestimmen Sie das Material (unlegierter Baustahl).
4. Wählen Sie die feste Einspannung.
5. Definieren Sie die Kraft.
6. Nun vernetzen Sie das Bauteil mit der mittleren Elementgröße

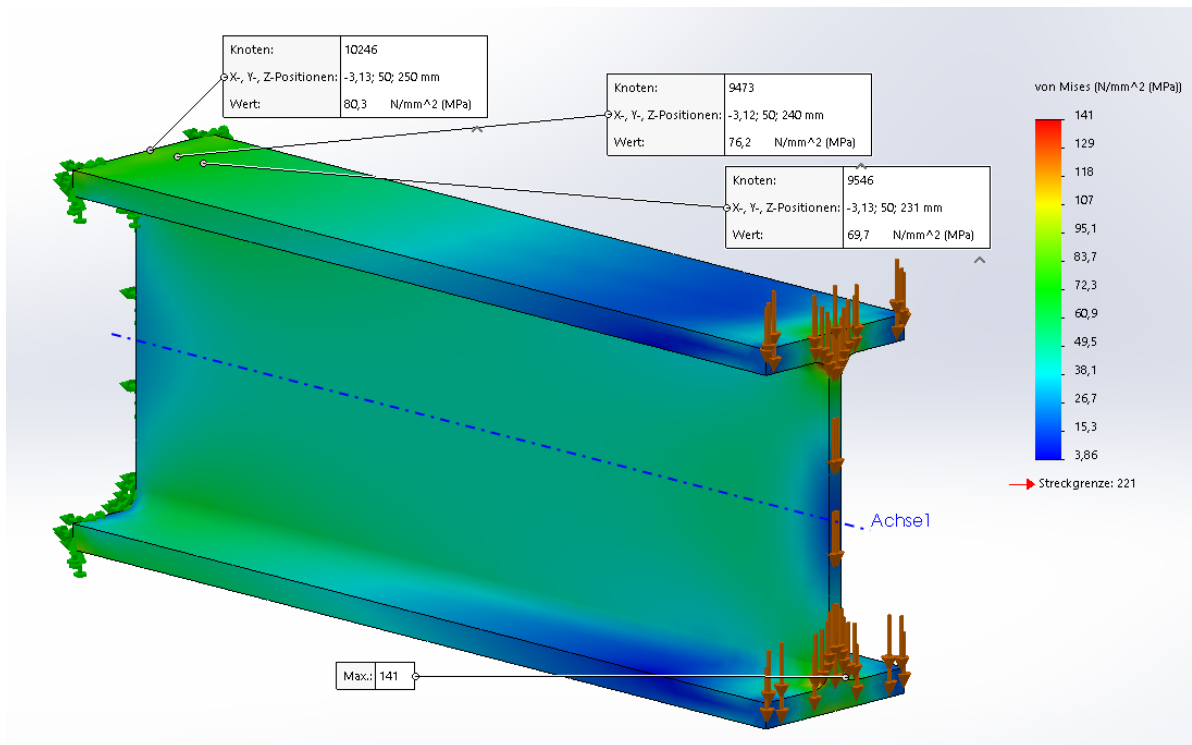


**Abb. 76** Netzdarstellung

*Hinweis:* Die Achse im Profil wird eingebracht durch folgende Befehle:

**Einfügen | Referenzgeometrie | Achsen | 2 Ebenen | Ebenen anwählen**

7. Wählen Sie nun den Button **Ausführen** an, und führen Sie die Studie aus.



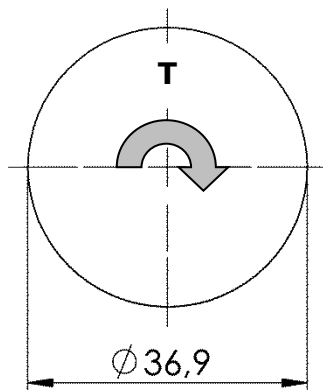
**Abb. 77** Simulierter I-Träger

Mittels Sondierung werden in diesem Beispiel verschiedene Messpunkte aufgenommen:  $80,3 \text{ Nmm}^{-2}$  –  $76,2 \text{ mm}^{-2}$  –  $69,7 \text{ Nmm}^{-2}$

Der Maximalwert ( $141 \text{ Nmm}^{-2}$ ) kann als Spannungssingularität ausgeschlossen werden, zumal der Wert sich an der vorderen Kante befindet (kein Hebelarm!). Die rechte Sondierung ( $69,7 \text{ Nmm}^{-2}$ ) liegt hinsichtlich des wirkenden Hebelarms am weitesten von der Einspannstelle (verkürzter Hebelarm). Die linke Sondierung ( $80,3 \text{ Nmm}^{-2}$ ) wird mutmaßlich von einer Spannungssingularität beeinflusst. Das Ergebnis der mittleren Sondierung ( $76,2 \text{ Nmm}^{-2}$ ) kommt der Handberechnung akzeptabel nahe, wird mutmaßlich aber auch schon von einer Spannungssingularität beeinflusst. Die Zunahme der Spannung von der rechten zur linken Sondierung müsste proportional zur Zunahme des Hebelarms erfolgen, steigt hier jedoch überproportional an. Die rechte Sondierung gibt somit die verlässlichste Aussage über die vorhandene Spannung. Der noch verbleibende Hebelarm bis zur Kante muss in die eigenen Überlegungen als Aufschlag auf die Spannung „eingepreist“ werden.

#### 4.4 Vollwelle auf Torsionsspannung

Die dargestellte einseitig eingespannte Vollwelle wird mit  $T = 2.500 \text{ Nm}$  auf Torsion belastet (**Abb. 78**).



**Abb. 78** Welle auf Torsion beansprucht

Gegebene Werte:

$T = 2500 \text{ Nm}$ ;  $d = 36,9 \text{ mm}$

Material: S235JR

Torsionsspannung:

$$\begin{aligned}\tau_t &= \frac{M_t}{W_p} = \frac{M_t}{\frac{\pi \cdot d^3}{16}} \\ &= \frac{2,5 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{\frac{\pi \cdot (36,9 \text{ mm})^3}{16}} = \underline{\underline{253,4 \text{ Nmm}^{-2}}}\end{aligned}$$

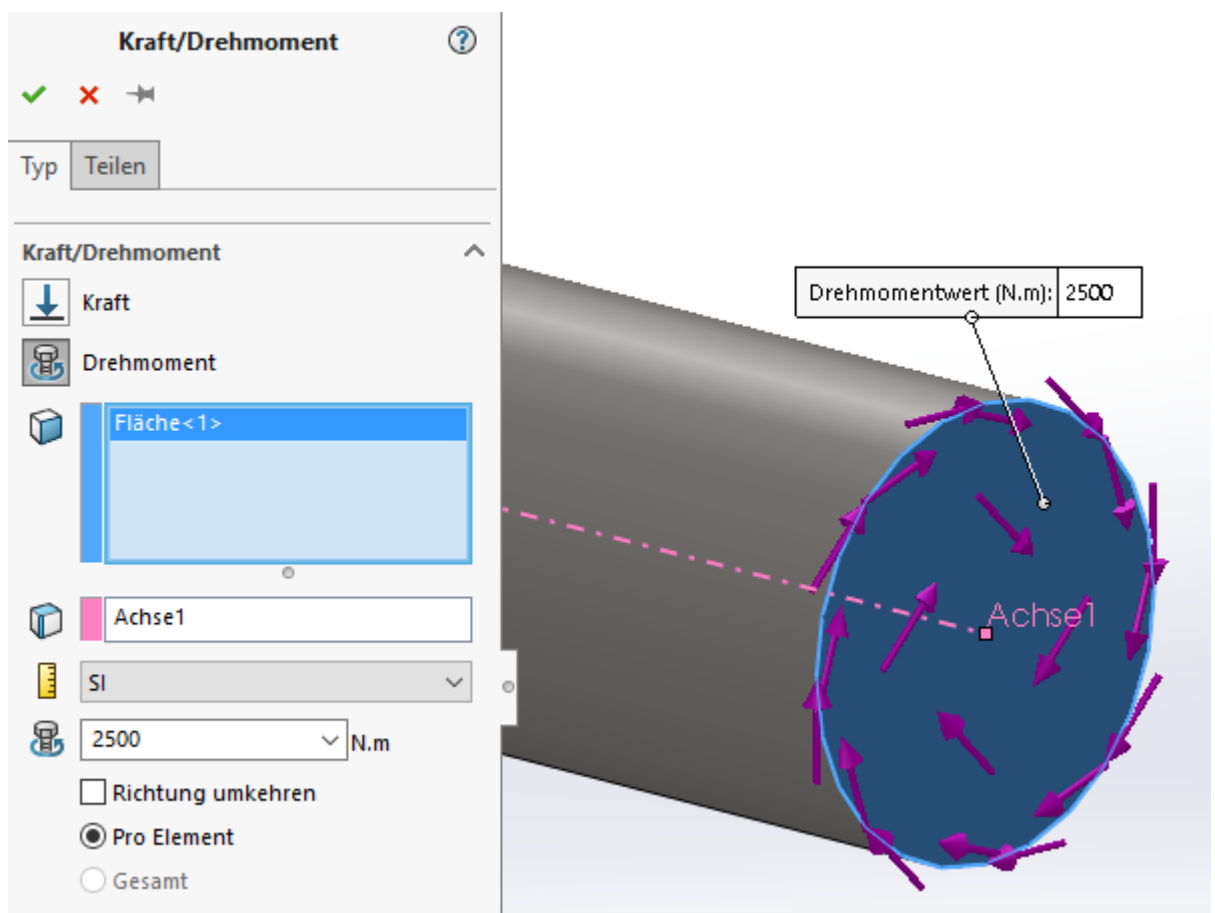
Wenn die obige Torsionsspannung mit der Festigkeitshypothese von Von-Mises mit  $\sigma_b = 0 \text{ Nmm}^{-2}$  umgerechnet wird, erhält man:

$$\begin{aligned}\sigma_v &= \sqrt{\sigma_b^2 + 3 \cdot \tau_t^2} \\ &= \sqrt{(0 \text{ Nmm}^{-2})^2 + 3 \cdot (253,4 \text{ Nmm}^{-2})^2} = \underline{\underline{438,9 \text{ Nmm}^{-2}}}\end{aligned}$$

Nun wird das Ergebnis mit der FEM-Analyse überprüft.

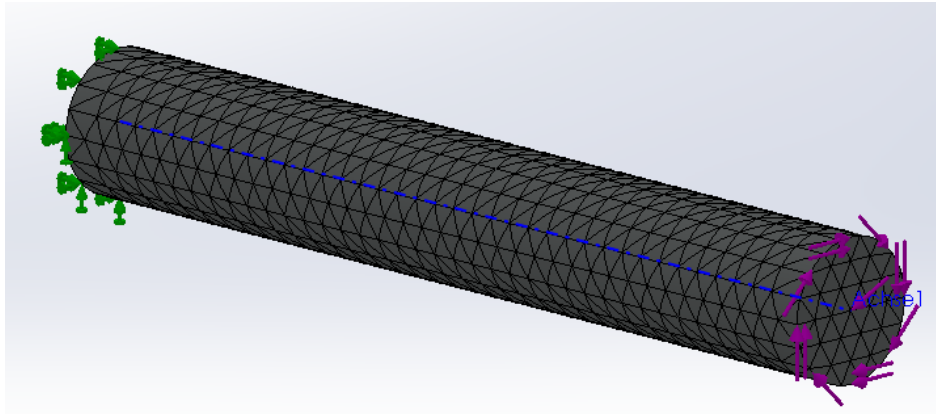
1. Öffnen Sie das Bauteil (Vollwelle).
2. Erstellen Sie eine statische Studie.
3. Bestimmen Sie nun das entsprechende Material (unlegierter Baustahl).
4. Wählen Sie die feste Einspannung.
5. Definieren Sie das Drehmoment mit 2.500 Nm über die Rotationsachse (**Abb. 79**).

Hinweis: Für die Definition einer Rotationsachse müssen Sie ggf. über **Einfügen | Referenzgeometrie | Achse** eine Referenzachse definieren. Dies gilt im Besonderen bei nicht-rotationssymmetrischen Bauteilen.



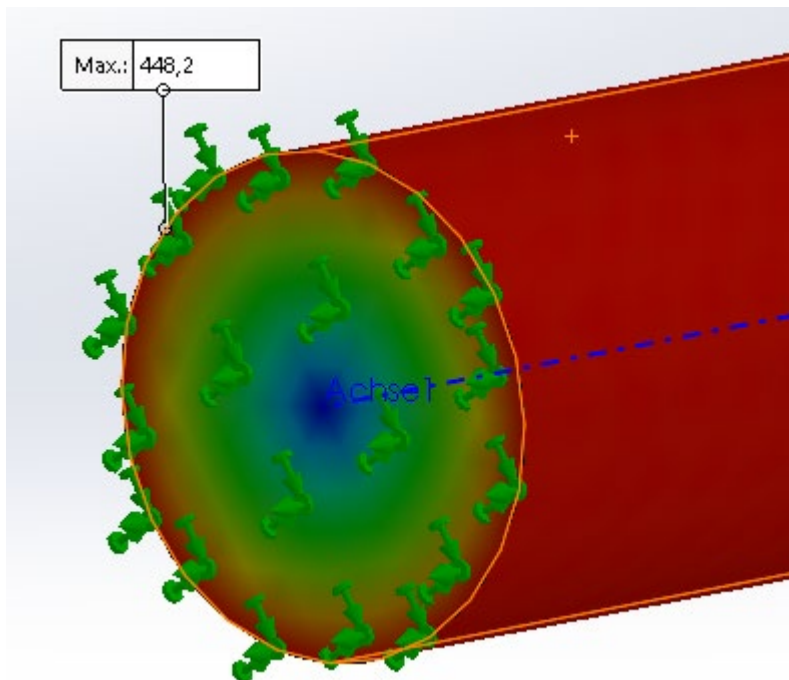
**Abb. 79** Welle mit Fenster Kraft/Drehmoment

6. Vernetzen Sie nun das Bauteil mit der Voreinstellung (**Abb. 80**).



**Abb. 80** Vernetzte Welle

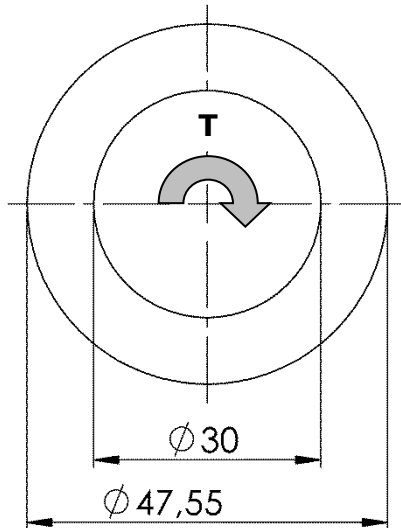
7. Drücken Sie nun den Button **Ausführen**. Die Studie wird ausgeführt.



**Abb. 81** Sondierungsfenster mit simulierter Welle

Die maximale Von-Mises-Spannung beträgt  $448,2 \text{ Nmm}^{-2}$  (**Abb. 81**) und liegt in akzeptabler Nähe zur Handrechnung ( $438,9 \text{ Nmm}^{-2}$ ). In der Abbildung lässt sich gut erkennen, dass die Spannungsverteilung zum Nullpunkt hin gegen Null tendiert.

## 4.5 Hohlwelle auf Torsionsspannung



**Abb. 82** 2D-Skizze Hohlwelle

$T = 2.500 \text{ Nm}$ ;  $D = 47,55 \text{ mm}$ ;  $d = 30 \text{ mm}$

Material= S235JR

Torsionsspannung:

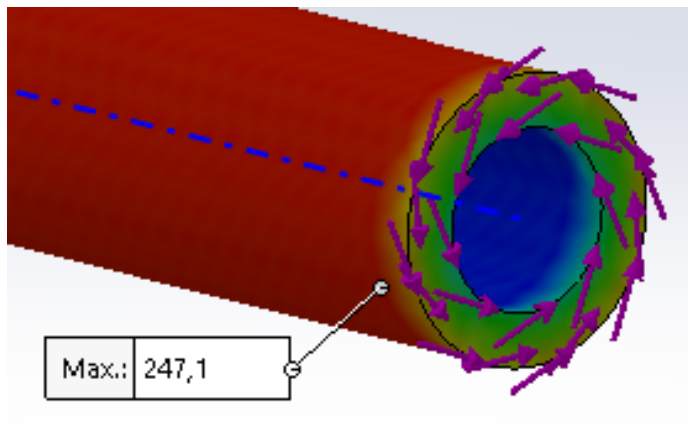
$$\begin{aligned}\tau_t &= \frac{M_t}{W_p} = \frac{M_t}{\frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{16 \cdot D}} \\ &= \frac{2,5 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{\frac{\pi \cdot ((47,55 \text{ mm})^4 - (30 \text{ mm})^4)}{16 \cdot 47,55 \text{ mm}}} = \underline{\underline{140,7 \text{ Nmm}^{-2}}}\end{aligned}$$

Umrechnung der Torsionspannung in die Von-Mises-Spannung:

$$\begin{aligned}\sigma_v &= \sqrt{\sigma_b^2 + 3 \cdot \tau_t^2} \\ &= \sqrt{(0 \text{ Nmm}^{-2})^2 + 3 \cdot (140,7 \text{ Nmm}^{-2})^2} = \underline{\underline{234,7 \text{ Nmm}^{-2}}}\end{aligned}$$

Nun wird das Ergebnis mit der FEM-Analyse überprüft.

1. Öffnen Sie das Modell für das Bauteil (Hohlwelle).
2. Erstellen Sie eine statische Studie.
3. Bestimmen Sie das Material (unlegierter Baustahl).
4. Wählen Sie die feste Einspannung.
5. Definieren Sie das Drehmoment mit 2.500 Nm über die Rotationsachse.
6. Nun vernetzen Sie das Bauteil mit der Voreinstellung.
7. Wählen Sie nun den Button **Ausführen** an und führen Sie die Studie aus.



**Abb. 83** Simulierte Welle auf Torsion beansprucht

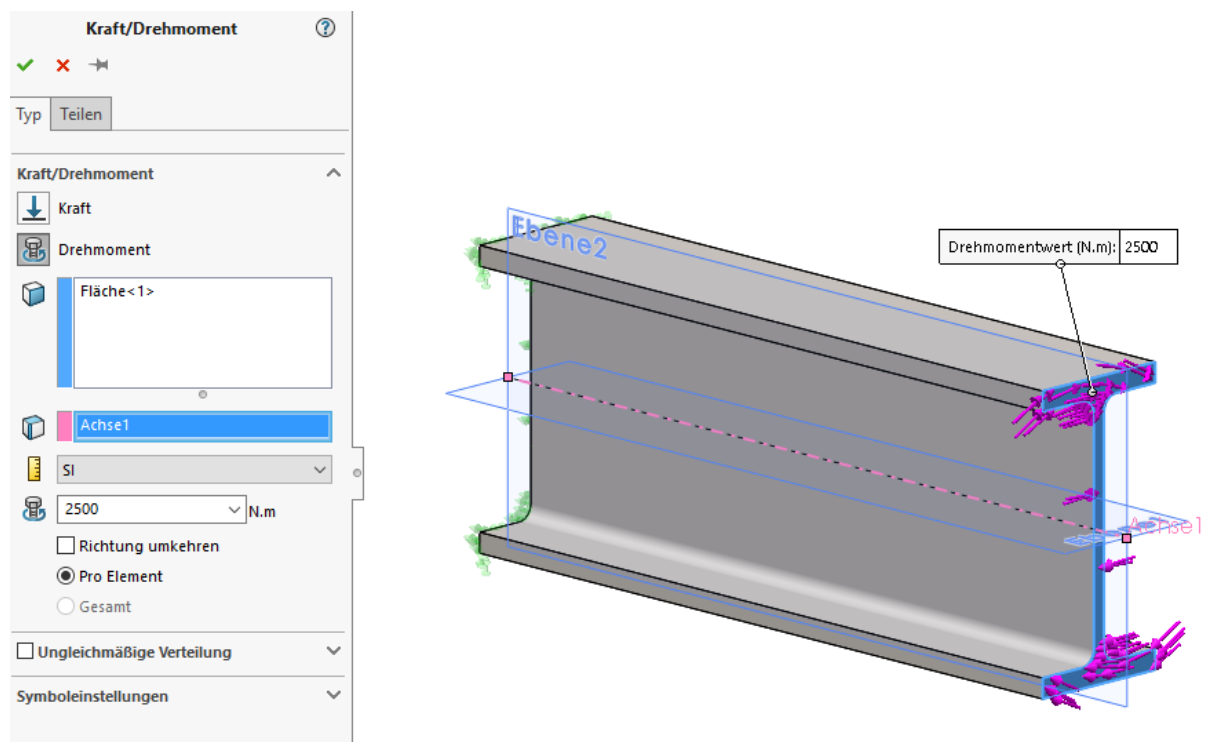
Der simulierte Wert (**Abb. 83**) mit der maximalen Von-Mises-Spannung von  $247,1 \text{ Nmm}^{-2}$  kommt dem in der Handrechnung ermittelten Wert akzeptabel nahe ( $234,7 \text{ Nmm}^{-2}$ ).



## 4.6 I-Trägers auf Torsionsspannung

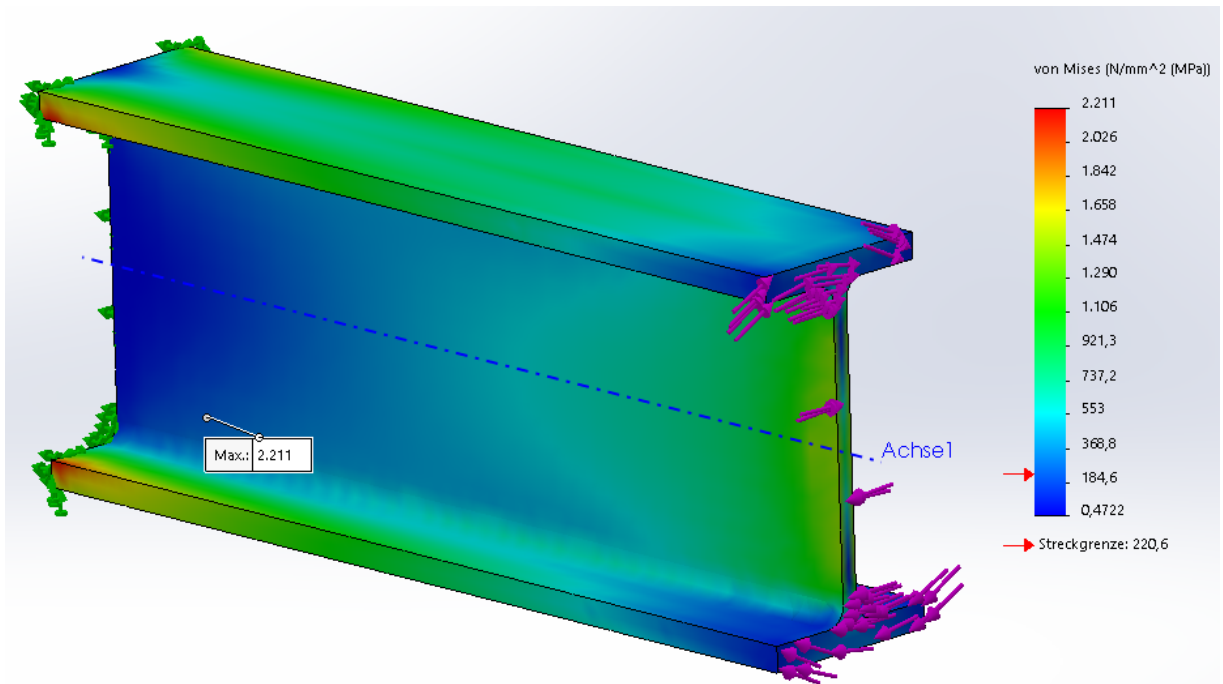
Der I-Träger wird ohne vorhergehende Handrechnung simuliert. Für die meisten nicht-rotationssymmetrischen Profile stehen keine Berechnungsgleichungen für das polare Widerstandsmoment zur Verfügung. Wenn überhaupt können diese nur als Annäherung mit aufwändigen Methoden der höheren Mathematik ermittelt werden.

1. Öffnen Sie das Modell für das Bauteil (I-Träger mit Rotationsachse).
2. Erstellen Sie eine statische Studie.
3. Bestimmen Sie das Material (unlegierter Baustahl).
4. Wählen Sie die feste Einspannung.
5. Definieren Sie das Drehmoment mit 2.500 Nm (**Abb. 84**). Als Fläche wählen Sie die vordere und als Achse die Rotationsachse.



**Abb. 84** I-Träger auf Torsion beansprucht

6. Vernetzen Sie das Bauteil mit einer mittleren Elementgröße gemäß Voreinstellung.
7. Wählen Sie nun den Button **Ausführen** an und führen Sie die Studie aus (**Abb. 85**).



**Abb. 85** I-Träger auf Torsion beansprucht

Die in der Skala ausgewiesene Spannungsspitze von  $2.211 \text{ Nmm}^{-2}$  tritt an den Kanten auf und ist auf Spannungssingularitäten zurückzuführen. Eine exakte Sondierung des tatsächlich vorhandenen maximalen Spannungswertes ist kaum möglich. Dies hängt auch mit der ungeeigneten offenen Profilform für Torsion zusammen. Ein nicht-rotationssymmetrischer Körper verdreht sich auch nicht im herkömmlichen Sinn – er verdrillt, da er keine eigentliche Rotationsachse hat. Für die Analyse musste daher auch im Vorfeld für die Durchführung der Analyse eine Referenzachse (Achse 1) eingebracht werden.

## 4.7 Abschlussbetrachtung

Nachfolgend werden die Belastungsarten Torsion und Biegung bezogen auf die bei gleichem Querschnitt auftretenden Spannungen aufgelistet:

| Bauteil   | Torsionsspannung<br>(Nmm <sup>-2</sup> ) | Biegespannung<br>(Nmm <sup>-2</sup> ) |
|-----------|--|---------------------------------------|
| Vollwelle | 448,4                                    | 468,5                                 |
| Hohlwelle | 247,2                                    | 274,0                                 |
| I-Träger  | 2.211                                    | ≈ 72                                  |

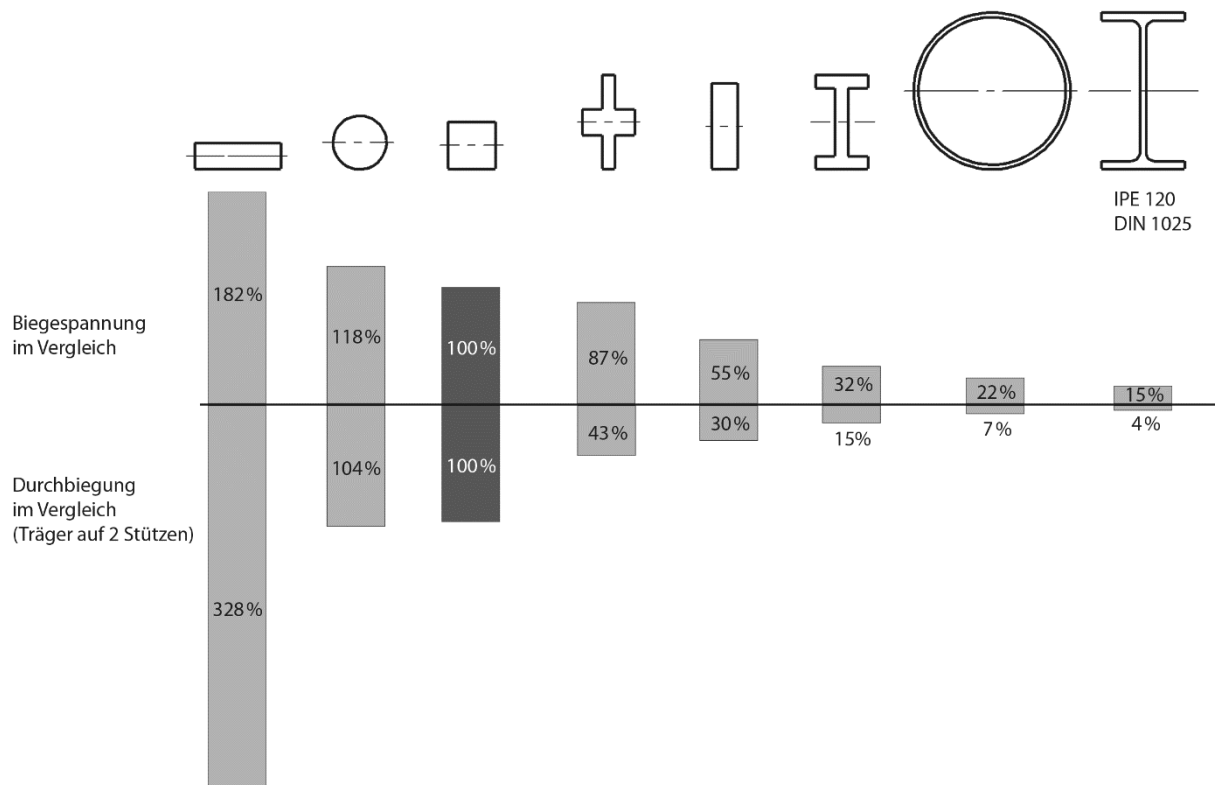
**Tabelle 3:** Gegenüberstellung der Spannungen bezogen auf das belastete Profil

Abschließend kann festgehalten werden, dass bei einem gleichbleibenden Querschnitt der I-Träger eine Biegespannung am besten aufnehmen kann. Für eine Torsionsbelastung ist er aber besonders ungeeignet, die Von-Mises-Spannung beträgt ca. 2.211 Nmm<sup>-2</sup> (mit Spannungssingularität!) und liegt damit weit über der Streckgrenze. Offene Profile sind somit grundsätzlich ungeeignet für die Aufnahme von Torsionsbelastungen. Die Hohlwelle zeigt hinsichtlich beider Spannungsarten den besten Kompromiss, ist ggf. aber fertigungstechnisch am teuersten, wenn maßlich keine Normrohre zur Verfügung stehen. In jedem Fall ist sie besser als die Vollwelle. Häufig sprechen aber fertigungstechnische Gründe oder der zur Verfügung stehende Bauraum gegen einen Einsatz.

Die spannungstheoretischen Erkenntnisse im Einzelnen:

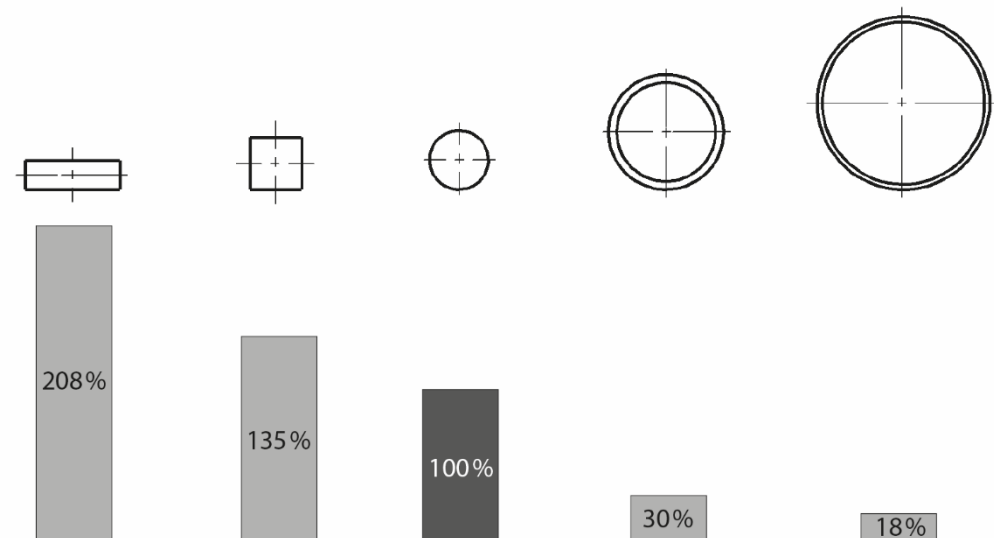
- Sowohl bei Biegung als auch bei Torsion die tragenden Flächen soweit wie möglich von der Biegeachse (Biegung) bzw. Rotationsachse (Torsion) einsetzen
- Bei Torsion grundsätzlich offene Profile vermeiden

Nachfolgend ist eine vergleichende Darstellung von Profilen hinsichtlich des Vermögens der Kompensation von Biegespannungen aufgeführt. Der Flächenquerschnitt und damit auch das Gewicht sind identisch.





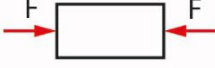
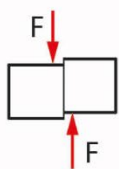
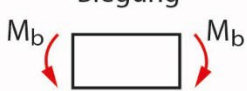

**Abb. 86** Profilvergleich auf Biegespannung und Durchbiegung (Träger auf 2 Stützen)

Für die Torsionsspannung gilt folgender Vergleich:



**Abb. 87** Profilvergleich auf Torsionsspannung

Zusammenfassend finden sich nachfolgend grundsätzliche Hinweise für die Profilwahl auf der Grundlage der zu berücksichtigenden Beanspruchungsart.

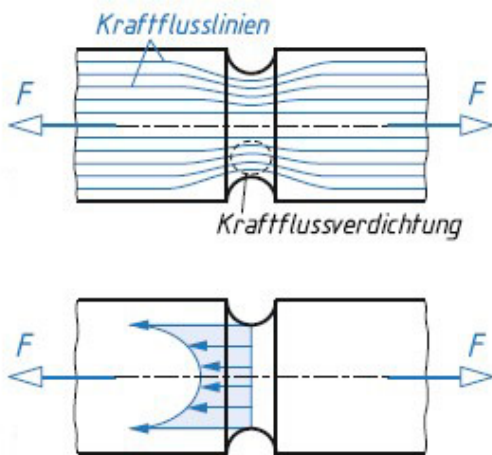
| Beanspruchungsart  | Vorzugs-Profile  | Anmerkungen  |
|--|--|--|
| <p>Zug</p>                          | Profil beliebig; vorzugsweise kostengünstige Halbzeuge   | Die Zugspannung ist über den Querschnitt gleichmäßig verteilt; Geometrie des Profils daher beliebig  |
| <p>Druck<br/>ohne Knickgefahr</p>   | Profil beliebig; vorzugsweise kostengünstige Halbzeuge   | Die Druckspannung ist über den Querschnitt gleichmäßig verteilt; Geometrie des Profils daher beliebig. Achtung: Linienberührung (Bsp. Zylinder auf Flach) und Punktberührung (Bsp. Kugel auf Flach) vermeiden; hier gelten Hertz'schen Gleichungen (Flächenpressung) |
| <p>Druck<br/>mit Knickgefahr</p>  | Profile mit großem Trägheitsradius $i$ bevorzugen; z. B. Hohlprofile. Für Rundmaterial gilt als grobes Grenzkriterium: $i > 6 \cdot d$   | Bei Knickgefahr ("schlanke" Querschnitte, vgl. Grenzkriterium) bei Materialwahl beachten, dass Werkstoffkennwerte für die Berechnung vorliegen   |
| <p>Schub</p>                      | Schubspannung tritt im Regelfall immer zusammen mit anderen Spannungsarten auf; meist Biegespannung. Dann ist die Profilauswahl für die andere Spannungsart(en) ausschlaggebend. | Verrechnung von Schub mit anderer Spannungsart(en) ist Regelfall; bei reinem Schub für die Ermittlung des Spannungsmaximums die Profilform beachten (Bsp. Niet)  |
| <p>Biegung</p>                    | Profile einsetzen, die viel Material weit weg von der Biegeachse haben: Doppel-T-Träger, Hohlprofile (vgl. <b>Abb. 86</b> ); gilt im Besonderen beim Ziel der Gewichtsreduktion  | Biegeachse beachten (Bsp. Flachmaterial); unsymmetrisch beaufschlagte Profile vermeiden (Bsp.: C-, L-Profil); unter Belastung verdrillt sich das Profil in Richtung einer schwachen Achse  |
| <p>Torsion</p>                    | Profile einsetzen, die vorzugsweise viel Material weit weg von der Rotationsachse haben: Hohlprofile (vgl. <b>Abb. 87</b> ); gilt im Besonderen beim Ziel der Gewichtsreduktion  | Möglichst Rundprofile verwenden; bei nicht-rotatorischen Profilen stehen nur begrenzt Berechnungsansätze zur Verfügung! Offene Profile grundsätzlich vermeiden (vgl. <b>Abb. 85</b> )  |

**Tabelle 4:** Profilvergleich hinsichtlich Beanspruchungsarten

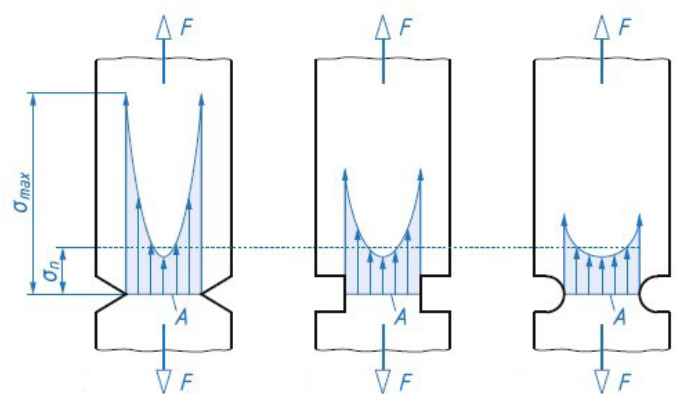
## 5 Kerbwirkung

### 5.1 Begriff Kerbwirkung

Kerben führen in Bauteilen zu örtlichen Spannungsspitzen (vgl. **Abb. 88**) und sind dadurch i. d. R. Ausgangspunkt für ein Bauteilversagen. Grund hierfür ist die Verdichtung im sogenannten Kraftfluss in Analogie zur Strömungslehre. Jede Umleitung im Kraftfluss ist somit mit einer örtlichen Spannungsspitze verbunden. Allerdings kann auf Kerben häufig nicht verzichtet werden, weil sie beispielsweise als Achsabsätze oder Passfedernuten konstruktive Funktionen erfüllen.



**Abb. 88** Kraftfluss und Spannungsverteilung an einer Kerbe



**Abb. 89** Einfluss der Kerbform auf die Spannungsspitze

Die festigkeitsmindernde Wirkung einer Kerbe wird in erster Linie von der Kerbform beeinflusst. Je schärfer einer Kerbe ist, desto höher ist die auftretende Maximalspannung  $\sigma_{\max}$  im Vergleich zur Nennspannung  $\sigma_n$  (vgl. **Abb. 89**). Die Kerbformzahl definiert sich entsprechend aus:

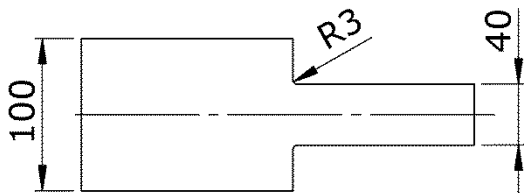
$$\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n}$$

Grundsätzlich lässt sich definieren: Mit zunehmender Kerbschärfe steigt die Kerbformzahl und damit die Maximalspannung. Unter Berücksichtigung von Stützwirkungen können aus den Kerbformzahlen für die statische Untersuchung die Kerbwirkungszahlen  $\beta_k$  für dynamische Untersuchungen abgeleitet werden; dabei gilt allgemein:  $\alpha_k > \beta_k$ .

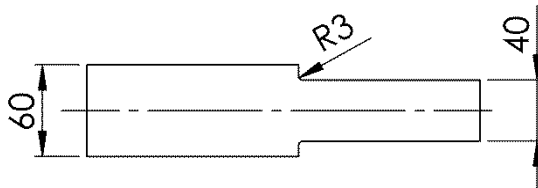
## 5.2 Untersuchungsgegenstände

Nachfolgend werden Flachstäbe vergleichend untersucht. Folgende Aspekte werden hinsichtlich ihrer Bedeutung für die Kerbwirkungszahl untersucht:

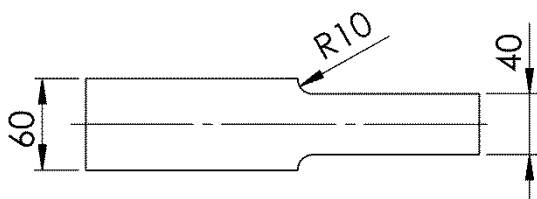
- Abstufung der Bauteildicke
- Größe Übergangsradius
- Harmonisierung Übergang



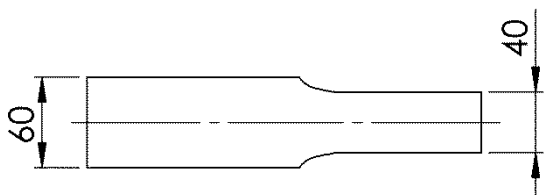
**Abb. 90** Profilsprung 100-40 mit R3



**Abb. 91** Profilsprung 60-40 mit R3



**Abb. 92** Profilsprung 60-40 mit R10



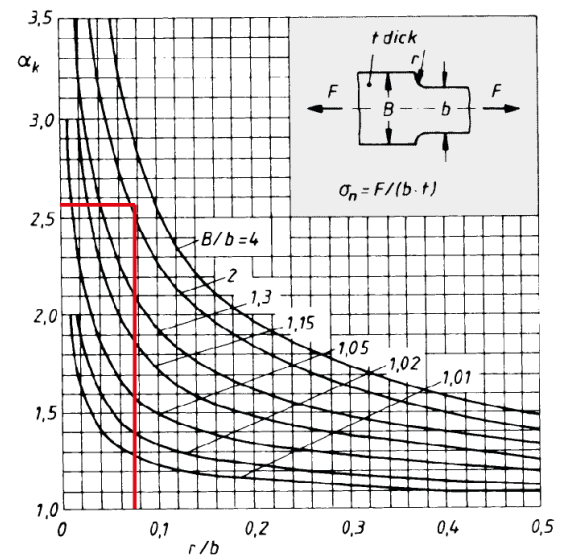
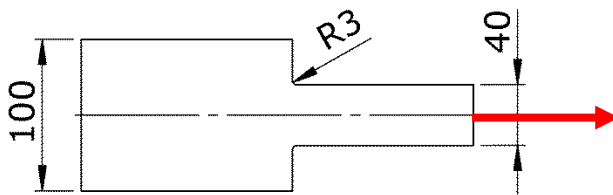
**Abb. 93** Profilsprung 60-40 mit Übergangskontur als Zugdreieck (vgl. Literaturquelle: Mattheck)

### 5.3 Handrechnungen

Im Weiteren werden für die vorangestellten Flachstähle die maximalen Spannungen per Handrechnung für die **Abb. 90, 91, 92** ermittelt. Für **Abb. 93** fehlen Tabellen für die Abschätzung der Kerbwirkungszahl. Die Analyse erfolgt hier ausschließlich über die FEM.

Für alle Aufgaben gelten folgende Annahmen:

$F = 40 \text{ kN}$ ; Bauteildicke  $t = 20 \text{ mm}$



**Abb. 94** Profilsprung 100-40 mit R3 mit zugehöriger Kerbwirkungstabelle (R/M TB 3-6b; Aufl. 24)

$$\sigma_n = \sigma_z = \frac{F}{A} = \frac{40.000 \text{ N}}{20 \text{ mm} \cdot 40 \text{ mm}} = 50,0 \text{ Nmm}^{-2}$$

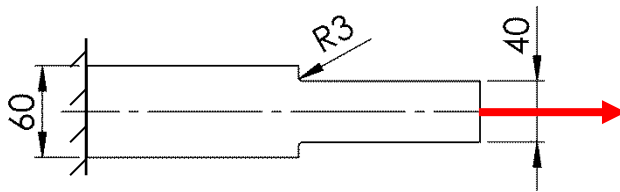
Formelzahl für Kerbwirkung:  $\alpha_k = 2,6$

$$\left( \frac{B}{b} = \frac{100 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 2,5 \quad \frac{r}{b} = \frac{3 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 0,075 \right)$$

Maximalspannung mit Kerbwirkung im statischen Zustand:

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \alpha_k \cdot \sigma_n \\ &= 2,6 \cdot 50,0 \text{ Nmm}^{-2} = \underline{\underline{130,0 \text{ Nmm}^{-2}}} \end{aligned}$$

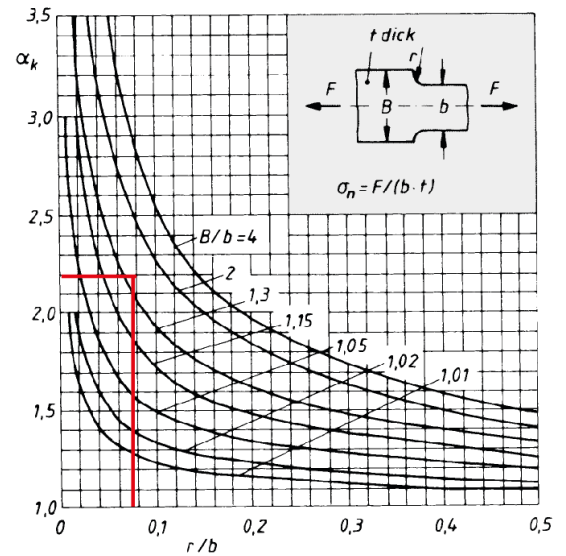




**Abb. 95** Profilsprung 60-40 mit R3 mit zugehöriger Kerbwirkungstabelle

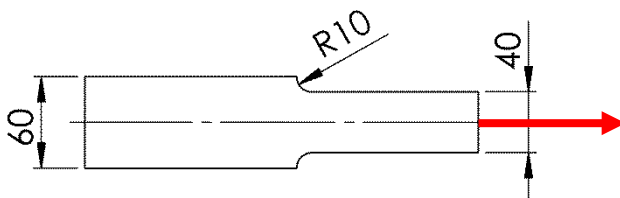
Formelzahl für Kerbwirkung:  $\alpha_k = 2,2$

$$\left( \frac{B}{b} = \frac{60\text{mm}}{40\text{mm}} = 1,5 \quad \frac{r}{b} = \frac{3\text{mm}}{40\text{mm}} = 0,075 \right)$$



Maximalspannung mit Kerbwirkung im statischen Zustand:

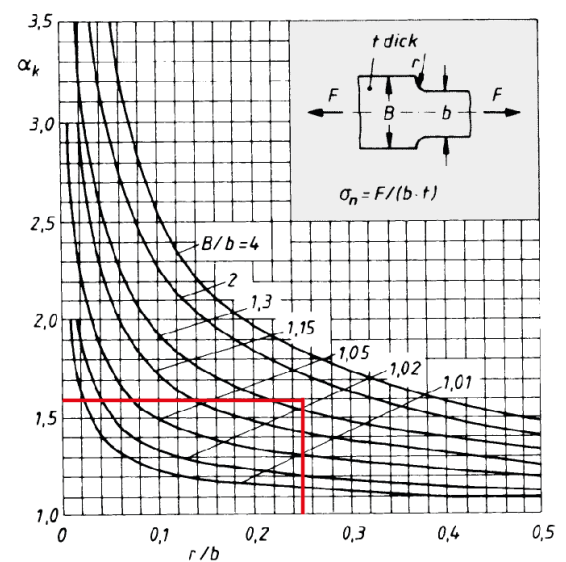
$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \alpha_k \cdot \sigma_n \\ &= 2,2 \cdot 50,0 \text{ Nmm}^{-2} = \underline{\underline{110,0 \text{ Nmm}^{-2}}} \end{aligned}$$



**Abb. 96** Profilsprung 60-40 mit R10 mit zugehöriger Kerbwirkungstabelle

Formelzahl für Kerbwirkung:  $\alpha_k = 1,6$

$$\left( \frac{B}{b} = \frac{60\text{mm}}{40\text{mm}} = 1,5 \quad \frac{r}{b} = \frac{10\text{mm}}{40\text{mm}} = 0,25 \right)$$



Maximalspannung mit Kerbwirkung im statischen Zustand:

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \alpha_k \cdot \sigma_n \\ &= 1,6 \cdot 50,0 \text{ Nmm}^{-2} = \underline{\underline{80,0 \text{ Nmm}^{-2}}} \end{aligned}$$

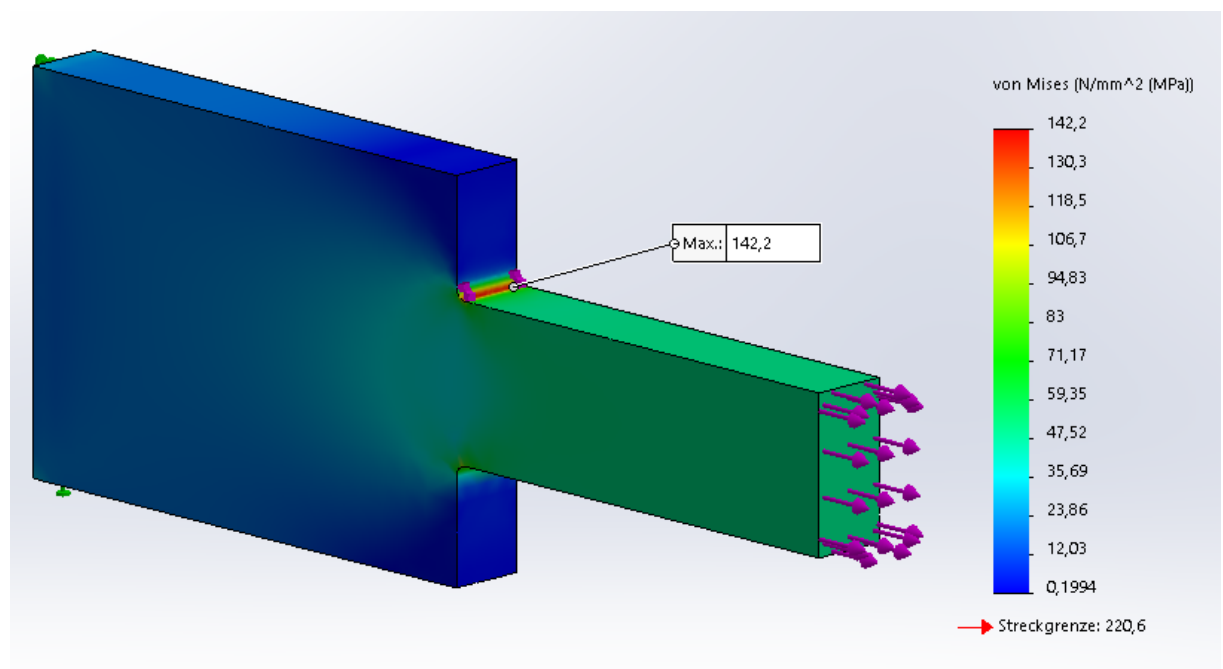
## 5.4 FEM-Analysen

Grundsätzlich eignet sich für die Analyse die Auswahl der Schalenelemente als Netztyp. Da die meisten zu untersuchen Geometrien aber eher unregelmäßigen Charakter haben, werden die nachfolgenden Untersuchungen aus Übungszwecken mit den voreingestellten tetraedrischen Volumenkörpern durchgeführt.

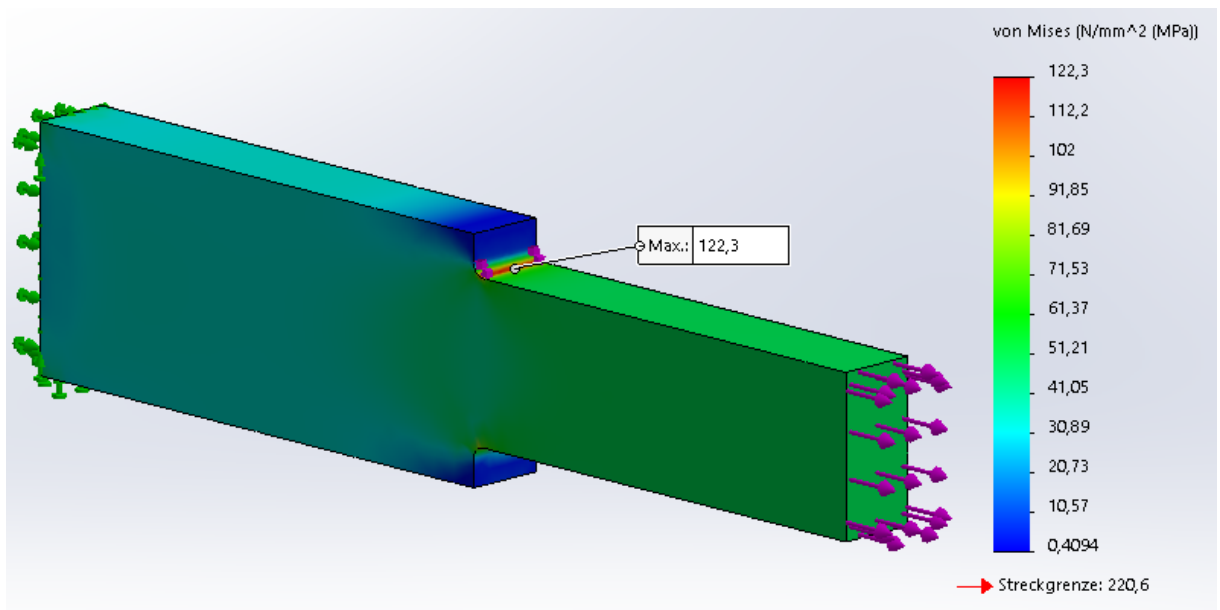
Führen Sie für die aufgeführten Profile die Analysen durch unter folgenden Rahmenbedingungen:

Kraftangriff:  $F = 40 \text{ kN}$ ; Material: unlegierter Baustahl

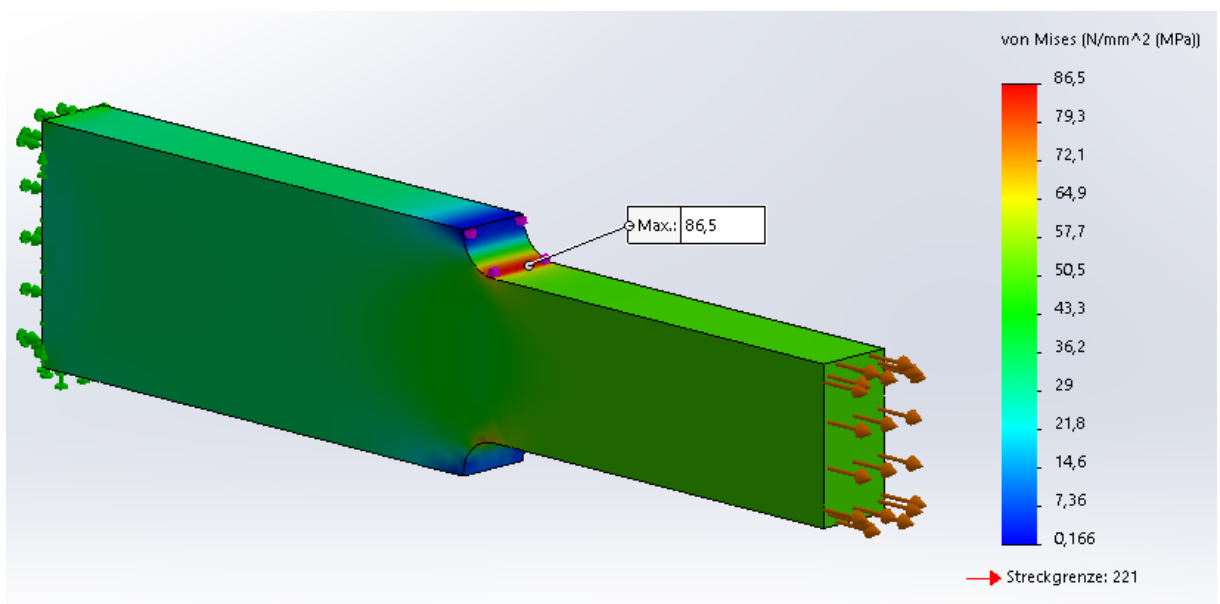
Für die Analyse verwenden Sie für die Vernetzung die Voreinstellung. Für den Bereich im Radius wählen Sie eine Vernetzungssteuerung mit 1 mm.



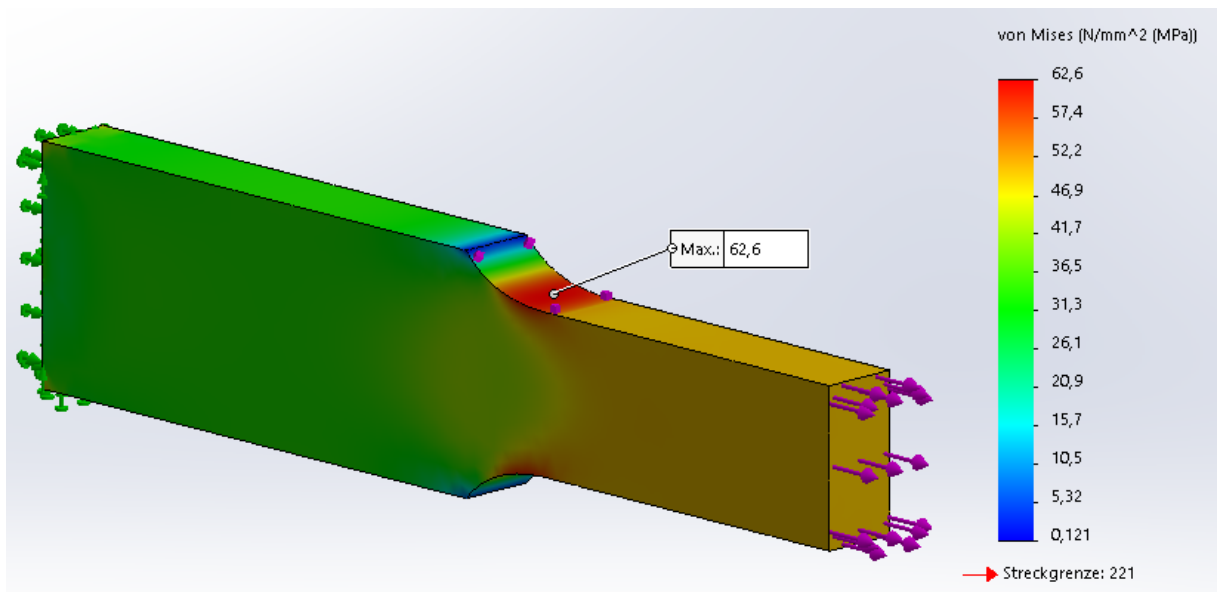
**Abb. 97** Profilsprung 100-40 mit R3



**Abb. 98** Profilsprung 60-40 mit R3



**Abb. 99** Profilsprung 60-40 mit R10



**Abb. 100** Profilsprung 60-40 mit Übergangskontur als Zugdreieck

## Zusammenstellung der Ergebnisse

|  | Handrechnung<br>(Nmm <sup>-2</sup> ) | FEM<br>(Nmm <sup>-2</sup> ) |
|--|--------------------------------------|-----------------------------|
|  | 130,0                                | 142,2                       |
|  | 110,0                                | 122,3                       |
|  | 80,0                                 | 86,5                        |
|  | Berechnungs-<br>grundlage fehlt      | 62,6                        |

**Tabelle 5:** Vergleich der Maximalspannungen bei Nennspannung  $\sigma_n = 50,0 \text{ Nmm}^{-2}$

## 5.5 Abschließende Betrachtung

Die Tendenzen der Verringerung in der Spannungsspitze bei jeweils identischer Nennspannung zeigen sich sowohl bei der Handrechnung als auch bei der FEM-Analyse. Die Abweichungen in den Betrachtungen zwischen den beiden Vorgehensweisen liegen im tolerierbaren Bereich. Durch eine noch feinere Vernetzungssteuerung werden sich die Ergebnisse mutmaßlich einem Endwert annähern (konvergieren). Auch ist die Ermittlung der Kerbformzahl mittels Tabelle Schwankungen in der Genauigkeit unterworfen und auch die Handrechnung geht stets von Idealisierungen aus.

Grundsätzlich können bezüglich der konstruktiven Formgestaltung folgende Empfehlungen allgemeingültig abgeleitet werden:

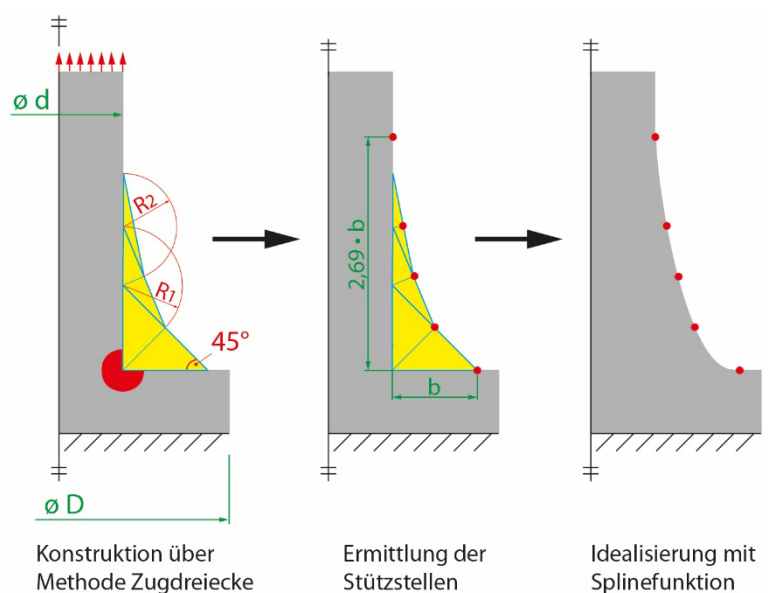
- Starke Absatzsprünge möglichst vermeiden; ggf. mehrere Absätze mit jeweils geringeren Übergängen gestalten
- Scharfe Übergänge vermeiden, insbesondere scharfe Kanten ( $R > 0$ ) führen zu großen Spannungsspitzen
- Sanfte Übergänge schaffen beispielsweise über einen Korbbogen (vgl. Roloff/Matek Kap. 11.2.1-1.) oder nach der Methode der Zugdreiecke (vgl. nachfolgende Ausführungen)
- Wenn sanfte Übergänge konstruktiv nicht realisierbar sind, beispielsweise wegen der Realisierung einer Wellenschulter als Anlagefläche, dann Übergang mit Freistich DIN 509 schaffen (dient auch als Entlastungskerbe, vgl. auch Roloff/Matek Kap. 3.5.1-1.).

Die Methode der Zugdreiecke leitet sich aus Betrachtungen der Natur in der Disziplin Bionik ab und schafft eine Analogie zu mechanischen Problemlösungen der Technik. Die Methode lässt sich beispielsweise aus Betrachtungen des Baumwachstums rückschließen. Ein vom Stamm abgehender Ast muss an der Anbindung eine entsprechende Formgebung haben, um bei Wind- und Gewichtsbelastungen nicht sofort auf Grund einer dort herrschenden Spannungsspitze zu versagen und abzureißen. Gleiches gilt für den Übergang des Baumes ins Erdreich (vgl. **Abb. 101**).



**Abb. 101** Kerbform nach dem Vorbild der Natur

Da durch die Evolution auf der Grundlage des Prinzips des Energieminimums nur optimierte Geometrien durchsetzungsfähig sind und waren, können mechanische Problemlösungen der Natur in den Grenzen der Technik transferiert werden. Die Methode der Zugdreiecke lässt sich geometrisch mit geringem Aufwand anwenden (vgl. **Abb. 102**).

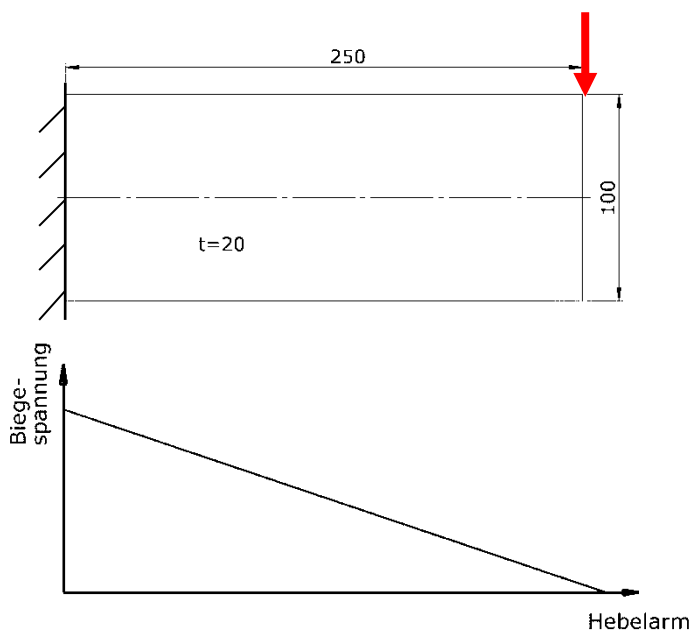


**Abb. 102** Konstruktionsmethode Zugdreiecke  
Infoquelle: Mattheck; vgl. Anhang

Mit dieser Methode lassen sich umgekehrt auch Bereiche identifizieren, die kaum/keinen Beitrag am Tragen der Nennspannung haben („Faulpelzecken“). Diese können ohne relevante Auswirkung auf die Festigkeit eliminiert werden. Solche Erkenntnisse sind beispielsweise im Leichtbau von enormer Bedeutung.

## 6 Angeformte Bauweise

In diesem Kapitel wird ein Biegeträger aus S235JR durch die sogenannte angeformte Bauweise optimiert, durch die das Leichtbauprinzip „konstante Spannung“ realisiert wird. Hintergrund der Überlegungen ist hierbei, dass bei einem auskragenden Träger bei gleichbleibendem Querschnitt die Biegespannung von der Stelle der Kraftbeaufschlagung bis zur Einspannstelle hin kontinuierlich zunimmt (vgl. **Abb. 103**).



**Abb. 103** Stützplatte Ausgangsbetrachtung mit Biegemomentverlauf

Die zulässige Spannung wird zunächst nach R/M Bild 3-31 ermittelt:

$$\begin{aligned}\sigma_{bF} &= 1,2 \cdot R_{p0,2N} \cdot K_t \\ &= 1,2 \cdot 235 \text{ Nmm}^{-2} \cdot 1,0 = \underline{\underline{282 \text{ Nmm}^{-2}}}\end{aligned}$$

$R_{p0,2N} \text{ S235JR} = 235 \text{ Nmm}^{-2}; (\text{TB1} - 1)$   
 $K_t = 1,0; (\text{TB 3} - 11a; b \leq 100 \text{ mm})$

Allgemein ergibt sich der statische Sicherheitsnachweis rein auf Biegespannung mit:

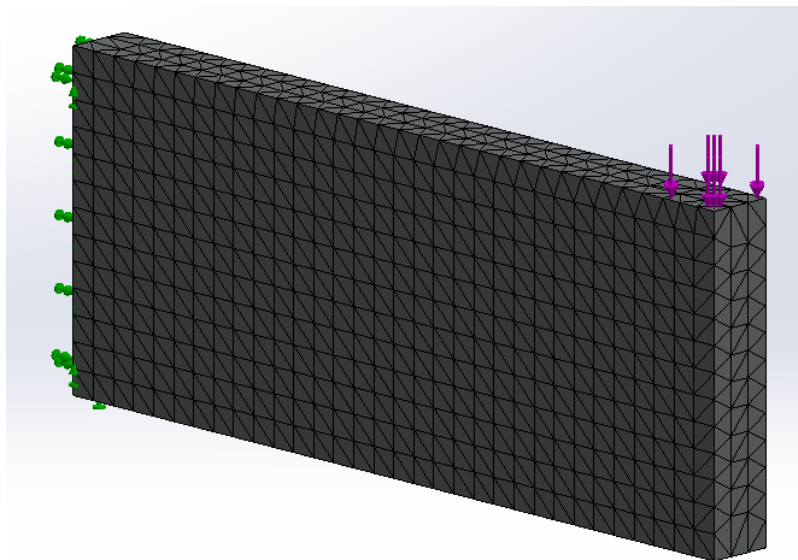
$$S_F = \frac{\sigma_{bF}}{\sigma_{b\max}} \geq S_{F\text{erf}}$$

## 6.1 Vorhandene Spannung in der Ausgangsbetrachtung

Da der Schubanteil im Vergleich zur auftretenden Biegespannung vergleichsweise gering ist, beschränken sich alle nachfolgenden Handrechnungen auf die Biegung. Die FEM berücksichtigt demgegenüber in der Von-Mises-Spannung grundsätzlich alle auftretenden Spannungen.

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_x} = \frac{F \cdot l}{\frac{b \cdot h^2}{6}} = \frac{10.000\text{N} \cdot 250\text{mm}}{\frac{20\text{mm} \cdot (100\text{mm})^2}{6}} = 75,0 \text{ Nmm}^{-2}$$

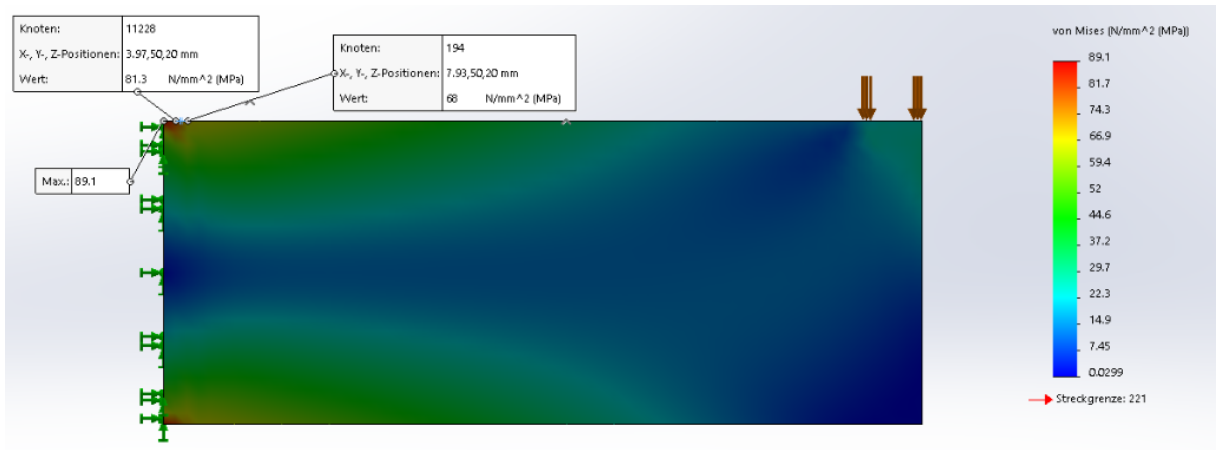
Dies wird mittels FEM überprüft. An der Oberseite des Bauteils ist eine Trennfläche definiert worden, die den Bereich der Krafteinbringung örtlich begrenzt (**Abb. 104**), um die Kraftbeaufschlagung realitätsnah abzubilden. Die in der Technischen Mechanik genutzten Punktlasten stellen eine Vereinfachung dar. Für die Analyse verwenden Sie folgende Vorgaben:  $F = 10.000 \text{ N}$ , Material: S235JR (unlegierter Baustahl), Vernetzung gemäß Voreinstellung.



**Abb. 104** Stützplatte Ausgangsbetrachtung mit Vernetzung und örtlicher Kraftbeaufschlagung

**Hinweis:** Die Trennfläche wird wie folgt erzeugt: Skizze auf Fläche erstellen, **Einfügen | Kurve | Trennlinie | Fläche für Trennung auswählen**





**Abb. 105** Stützplatte Ausgangsbetrachtung in der FEM

Die Ergebnisse der FEM lassen sich gut in Deckung bringen mit der Handrechnung. Der reale Wert wird zwischen den beiden sondierten Punkten liegen ( $68,0 \text{ Nmm}^{-2}$  bis  $81,3 \text{ Nmm}^{-2}$ ) und befindet damit im Bereich des errechneten Ergebnisses von  $75,0 \text{ Nmm}^{-2}$ . Das dargestellte Spannungsmaximum von  $89,2 \text{ Nmm}^{-2}$  liegt an der Körperkante und bleibt als Spannungssingularität unberücksichtigt.

In der Darstellung zeigt sich sehr deutlich der mittlere Bereich mit geringer Spannungsbeaufschlagung (blau), während sie zu den Randfasern hin zunimmt. Gleichzeitig nimmt die Spannung insgesamt vom rechten Rand der Kraftbeaufschlagung mit zunehmendem Hebelarm zur Einspannstelle hin kontinuierlich zu.

Im Sinne des Leichtbaus wird jetzt Material in den Bereichen entfernt, in denen die Spannung aktuell weit niedriger als die maximale ist („Faulpelzecken“). Aus der Darstellung des Verlaufs der Spannung (**Abb. 105**) können hierfür zwei Bereiche identifiziert werden:

- Von der Einspannstelle weg kann der Querschnitt wegen des kleiner werdenden Hebelarms kontinuierlich abnehmen
- Im Bereich der neutralen Faser kann Material entnommen werden

## 6.2 Geometrieanpassung an den Biegespannungsverlauf

Die Höhe des Biegeträgers kann in Analogie zum Verlauf der Biegespannung in Richtung Kraftbeaufschlagung kontinuierlich abnehmen. Da die Lasteinwirkung im oberen Bereich verbleiben soll, wird nur im unteren Bereich Material entfernt. Im Sinne der UVV wird statt des möglichen spitzen Auslaufs am Trägerende (Hebelarm = 0 → Biegespannung = 0) eine Absatzhöhe belassen.

Aus der Technischen Mechanik ergibt sich aus Analogiebetrachtungen der Berechnungsgleichung für das axiale Widerstandsmoment von Rechteckquerschnitten folgender Formelzusammenhang für die Ermittlung der Bauteilhöhe über die Auskraglänge:

$$h_x = h_{\max} \cdot \sqrt{\frac{l_x}{l}}$$

So ergeben sich für die entsprechenden Hebelarme folgende Höhenmaße:

$$h_{50} = 100 \text{ mm} \cdot \sqrt{\frac{50 \text{ mm}}{250 \text{ mm}}} = \underline{\underline{44,7 \text{ mm}}}$$

$$h_{100} = 63,2 \text{ mm}; h_{150} = 77,5 \text{ mm}; h_{200} = 89,4 \text{ mm}; h_{250} = 100 \text{ mm}$$

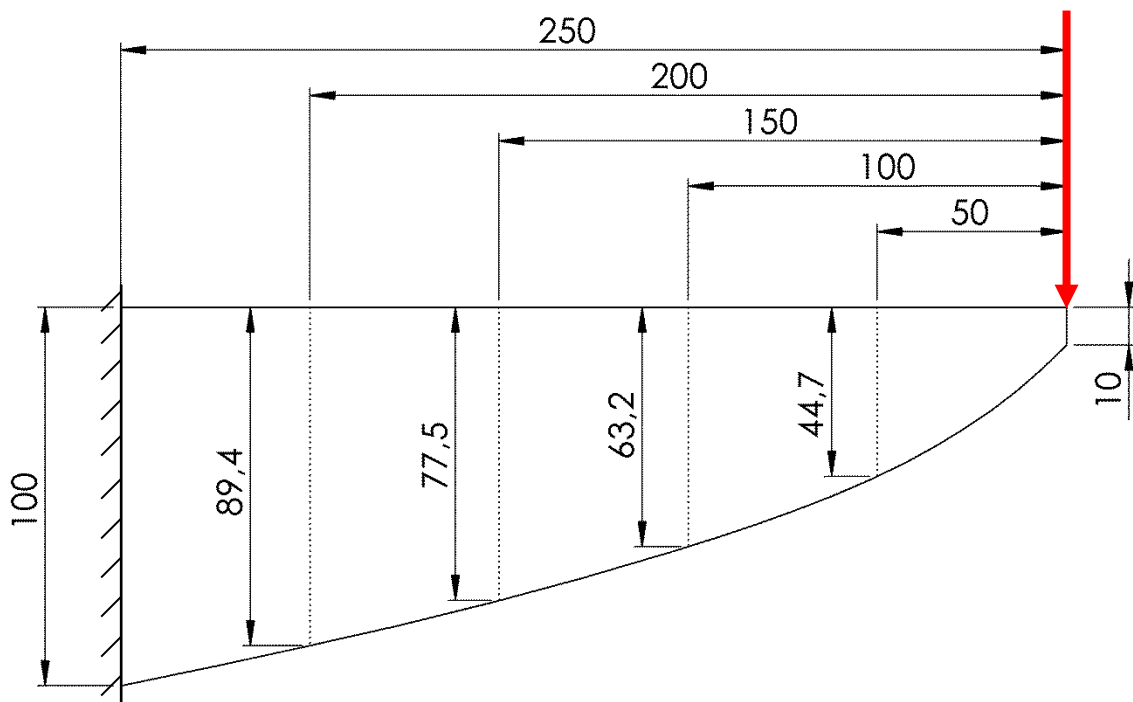
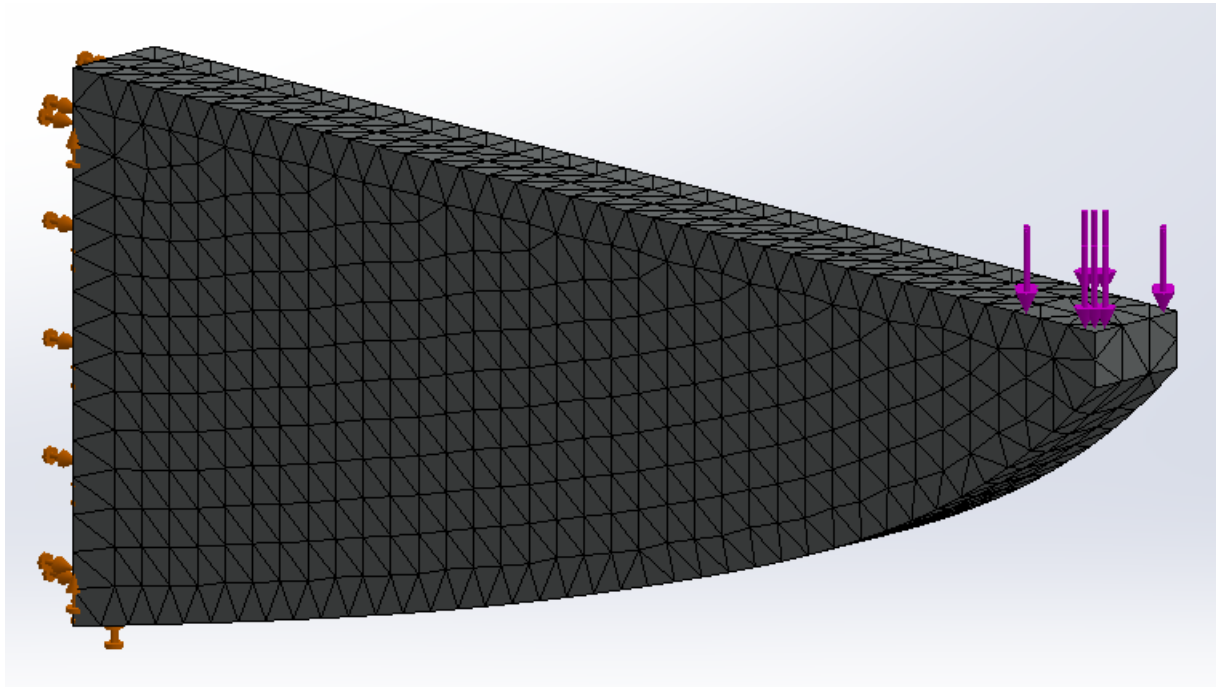
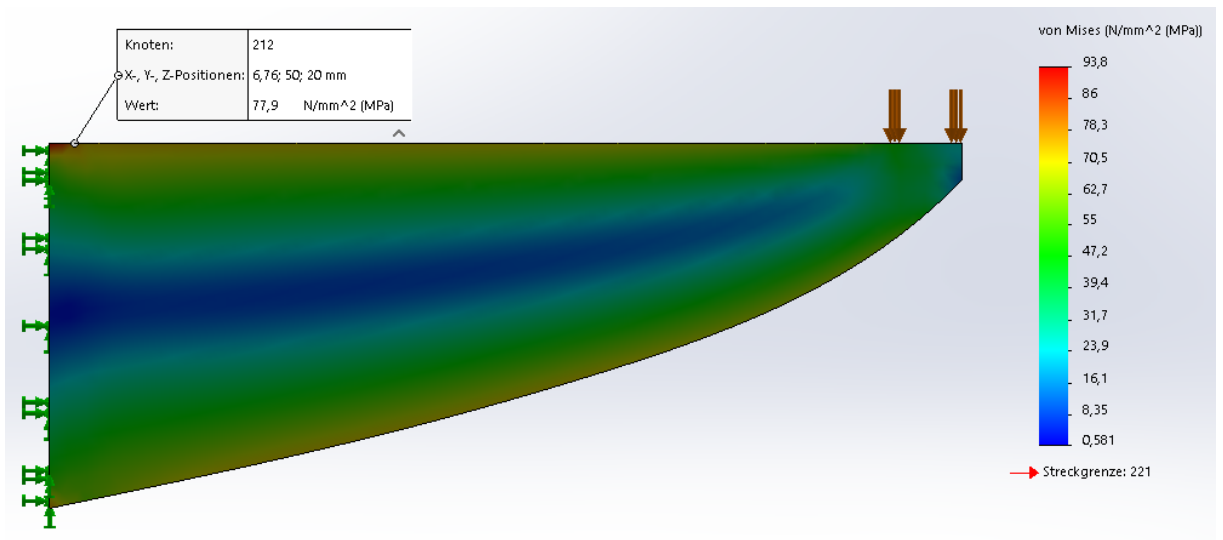


Abb. 106 Stützplatte-angeformt

Führen Sie die Analyse mit den Ausgangswerten aus der Vorgabe durch:



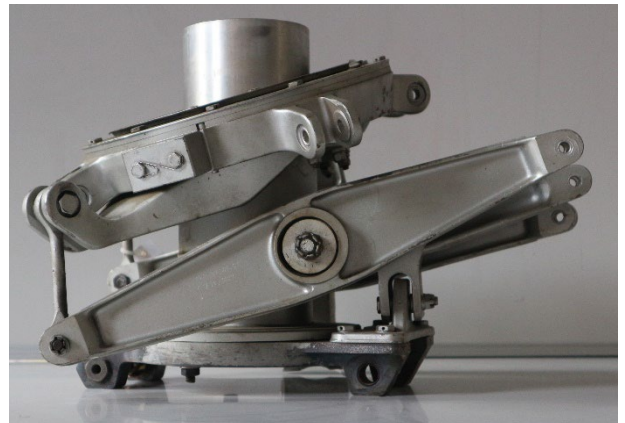
**Abb. 107** Stützplatte-angeformt mit Vernetzung



**Abb. 108** Stützplatte-angeformt in der FEM

Die maximale Spannung wird am nahezu gleichen Knotenpunkt wie in der FEM zur Ausgangsbetrachtung (**Abb. 105**) sondiert und ist mit sondierten  $77,9 \text{ Nmm}^{-2}$  nur geringförmig höher. Über **Extras | Evaluieren | Eigenschaften Masse** kann u. a. das Volumen ausgelesen werden. Die Analyse des Volumens, welches über die Dichte unmittelbar zum Gewicht führt, zeigt eine Verringerung von ca. 33 %. Bei nur geringer Erhöhung der maximalen Spannung konnte so über 1/3 an Gewicht eingespart werden.

Von der Formgebung her sind andere Profile für den Einsatz unter Biegespannung grundsätzlich weitaus günstiger. Hinweise hierzu finden sich in der **Abb. 86**. Nachstehend sehen Sie die praktische Umsetzung des Gestaltungsprinzips der angeformten Bauweise (**Abb. 109**).



**Abb. 109** Beispiele angeformte Bauweise

Handauflage am Sitz eines Busses (l. o.)  
 Biegeträger einer Behelfsbrücke (l. m.)  
 Bremspedal (l. u.)  
 Taumelscheibe Hubschrauber (o.)

Weiteres Potenzial zur Gewichtsreduzierung ergibt sich im Bereich der neutralen Faser (**Abb. 108**). Da die blauen Bereiche in Werkstückmitte ohnehin nur einen geringen Beitrag leisten, können hier zusätzliche Volumenanteile entnommen werden.

### 6.3 Optimierung der Geometrie

In einem weiteren Schritt wird Material im Bereich der neutralen Faser durch Bohrungen entnommen. Hierzu wird zunächst eine Spannungsgrenze von  $\sigma_n = 85 \text{ Nmm}^{-2}$  zu Grunde gelegt.

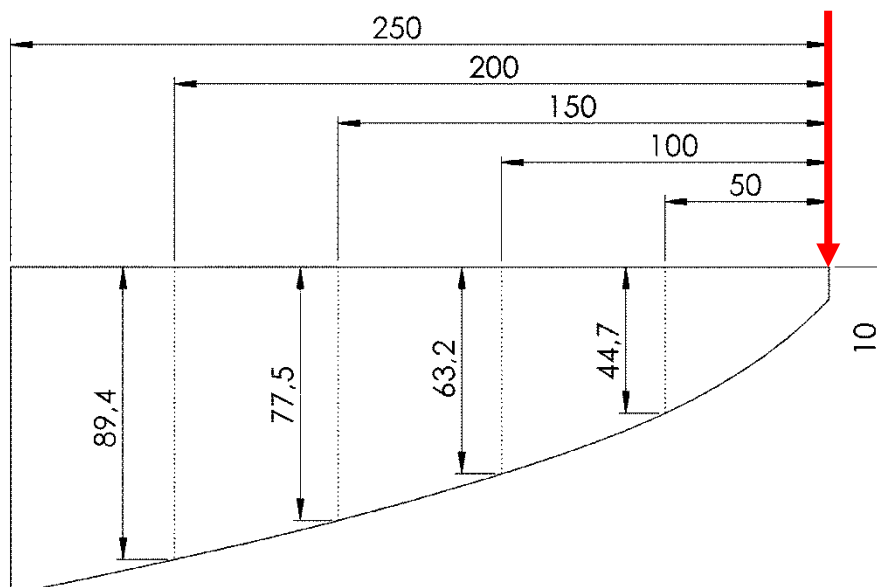
Durch Umstellen der Biegehauptgleichung erhält man das axiale Widerstandsmoment:

$$\sigma_b = \frac{F \cdot l}{W_x} \rightarrow W_x = \frac{F \cdot l}{\sigma_b}$$

Mit dieser Gleichung wird nachfolgend für alle Abstände bei gegebener konstanter Spannung das axiale Widerstandsmoment berechnet (vgl. **Abb. 110**):

$$W_{x50} = \frac{10.000 \text{ N} \cdot 50 \text{ mm}}{85 \text{ Nmm}^{-2}} = 5,89 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$W_{x100} = 11,8 \cdot 10^3 \text{ mm}^3; W_{x150} = 17,6 \text{ mm}^3 \cdot 10^3 \text{ mm}^3; W_{x200} = 23,5 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$



**Abb. 110** Berechnung der axialen Widerstandsmomente für die Hebelarme

Aus der Gleichung des axialen Widerstandsmomentes kann für die einzelnen Hebelarme der gesuchte Bohrungsdurchmesser auf der neutralen Faser ermittelt werden. Zunächst wird hierzu eine allgemeine Formel für das axiale Widerstandsmoment für die betrachtete Fläche hergeleitet (vgl. **Abb. 111**).

Aus der allgemeinen Grundformel für das Flächenmoment 2. Grades einer Rechteckfläche ergibt sich durch Subtraktion:

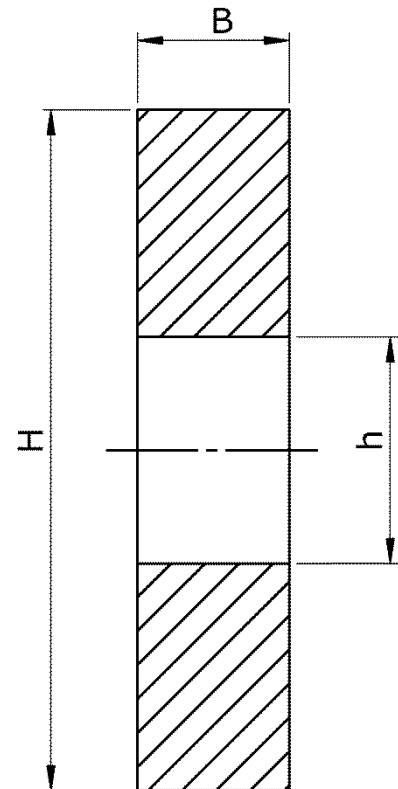
$$\begin{aligned}
 I_{x_{\text{gesamt}}} &= \frac{B \cdot H^3}{12} - \frac{B \cdot h^3}{12} \\
 &= \frac{B \cdot H^3 - B \cdot h^3}{12} = \frac{B}{12} \cdot (H^3 - h^3)
 \end{aligned}$$

Durch die allgemeine Beziehung

$$W_{x_{\text{gesamt}}} = \frac{I_{x_{\text{gesamt}}}}{e_y} = \frac{I_{x_{\text{gesamt}}}}{H/2}$$

ergibt sich

$$\begin{aligned}
 W_{x_{\text{gesamt}}} &= \frac{\frac{B}{12} \cdot (H^3 - h^3)}{\frac{H}{2}} \\
 &= \frac{B \cdot (H^3 - h^3) \cdot 2}{12 \cdot H} = \frac{B \cdot (H^3 - h^3)}{6 \cdot H}
 \end{aligned}$$



**Abb. 111** Querschnitt

Mit den zuvor ermittelten Werten für die axialen Widerstandsmomente kann durch Umstellen der Gleichung das Maß  $h$  und damit der Bohrungsdurchmesser errechnet werden:

$$W_{x_{\text{gesamt}}} = \frac{B \cdot (H^3 - h^3)}{6 \cdot H}$$

$$\rightarrow \frac{W_{x_{\text{gesamt}}} \cdot 6 \cdot H}{B} = H^3 - h^3$$

$$\rightarrow h^3 = H^3 - \frac{W_{x_{\text{gesamt}}} \cdot 6 \cdot H}{B}$$

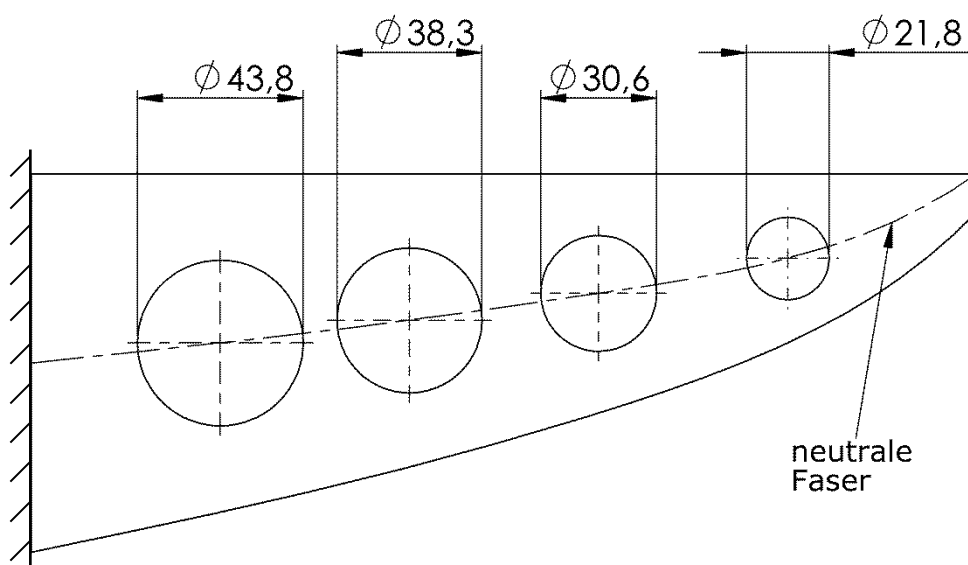
$$\rightarrow h = \sqrt[3]{H^3 - \frac{W_{x_{\text{gesamt}}} \cdot 6 \cdot H}{B}}$$

Für die Hebelarme gilt somit entsprechend **Abb. 102**:

$$d_{50} = h_{50} = \sqrt[3]{H_{50}^3 - \frac{W_{x_{50}} \cdot 6 \cdot H_{50}}{B}}$$

$$= \sqrt[3]{(44,7 \text{ mm})^3 - \frac{5,89 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 6 \cdot 44,7 \text{ mm}^3}{20 \text{ mm}}} = 21,8 \text{ mm}$$

$$d_{100} = 30,6 \text{ mm}; d_{150} = 38,3 \text{ mm}; d_{200} = 43,8 \text{ mm}$$



**Abb. 112** Stützplatte-optimierte Geometrie

Führen Sie die Analyse mit den Ausgangswerten aus der Vorgabe durch. Für die Bohrungen arbeiten Sie mit einer Vernetzungssteuerung von 1 mm.

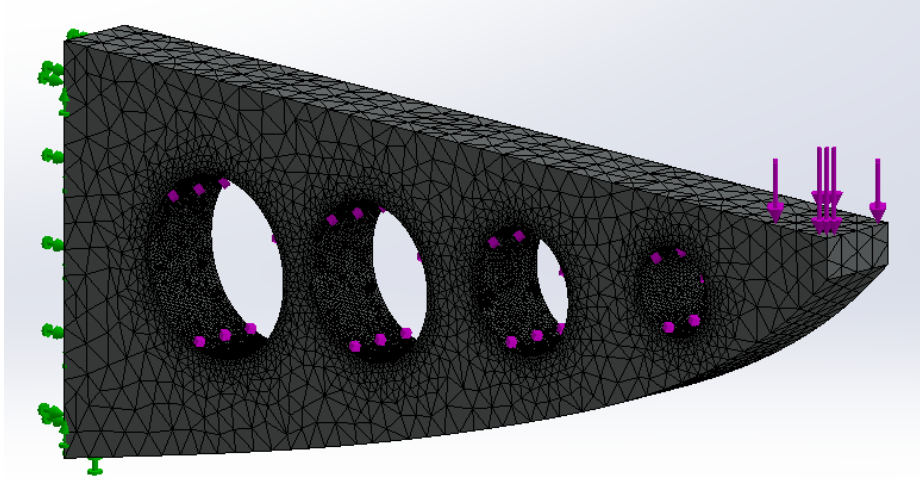


Abb. 113 Stützplatte-Optimierung mit Vernetzung

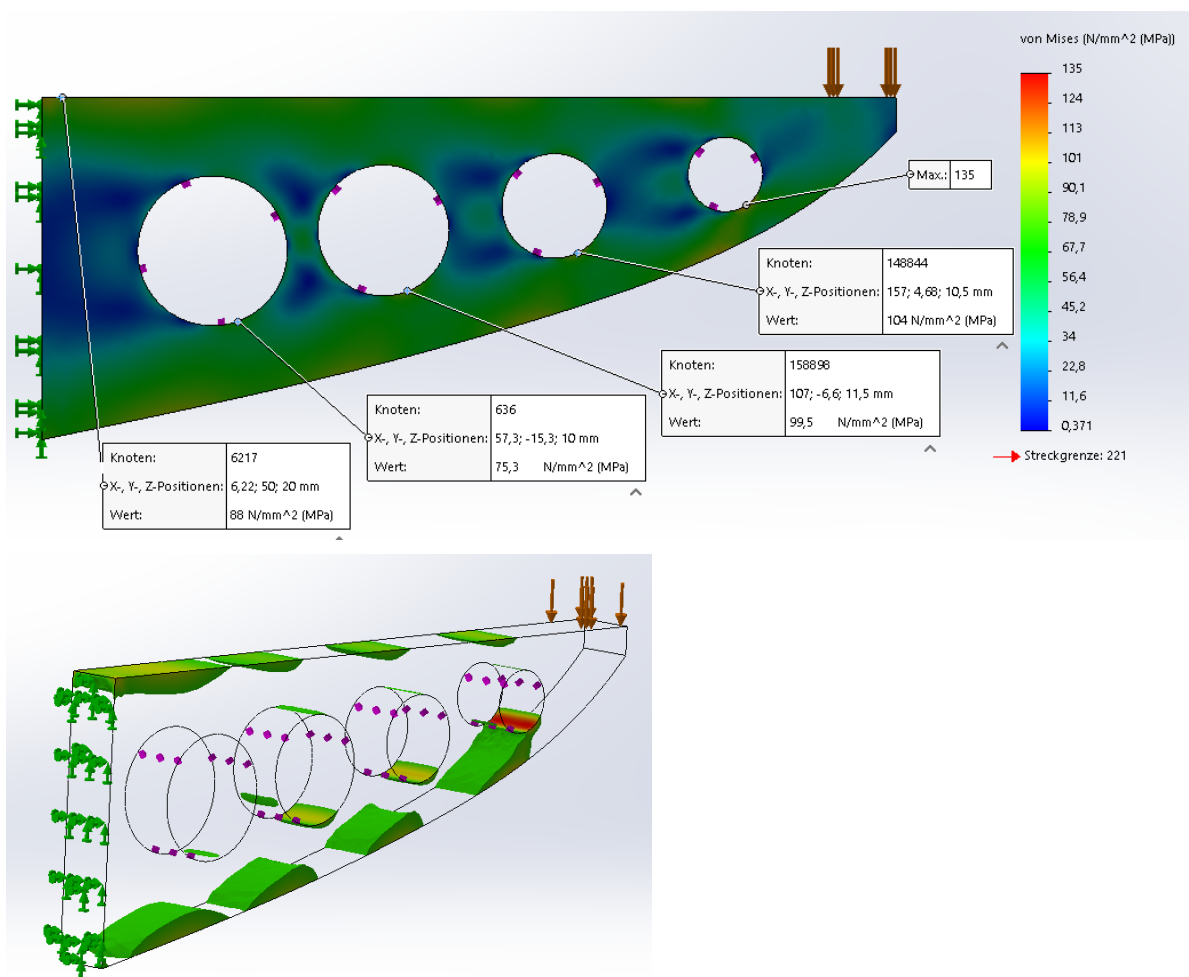


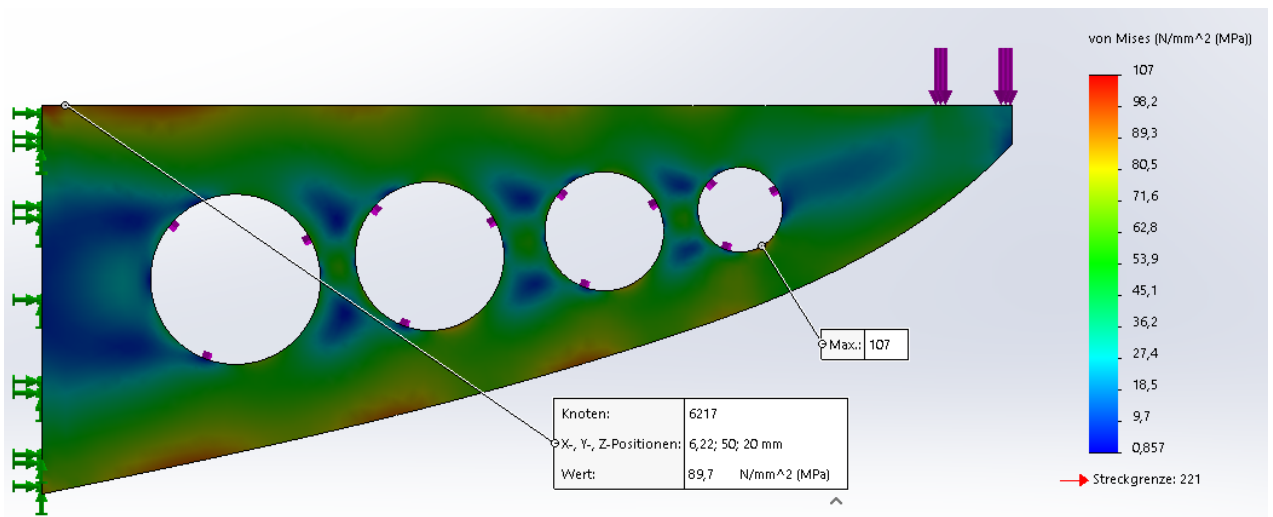
Abb. 114 Stützplatte-Optimierung in der FEM  
(untere Darstellung mittels **ISO-CLIPPING** erzeugt)



Am Referenzknotenpunkt an der Einspannstelle ist die Spannung auf  $88,0 \text{ Nmm}^{-2}$  angestiegen. In den Gleichungen zur Geometriebestimmung wurde von einer zulässigen Spannung von  $85 \text{ Nmm}^{-2}$  ausgegangen. Der Anstieg erklärt sich als Folge der durch die Bohrungen bedingten Kerbwirkung infolge eines veränderten Kraftflusses.

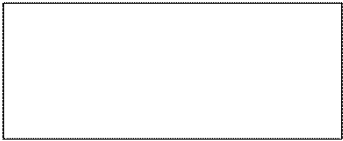
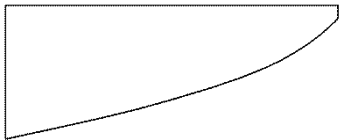
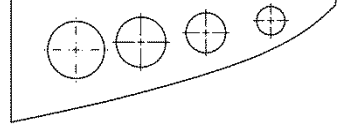
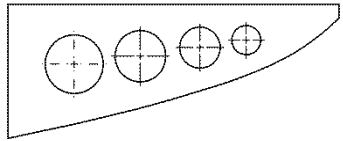
Im Bereich der Bohrungen selber zeigt sich von der linken Bohrung mit einer vorhandenen Spannung von  $75,3 \text{ Nmm}^{-2}$  hin zur rechten ein Anstieg bis auf  $135,0 \text{ Nmm}^{-2}$  und liegt somit zumindest für die äußerste Bohrung weit über den anderen lokalen Spannungsspitzen. Ursache ist hier die unmittelbare Kerbwirkung der Bohrung. Als einfachste Maßnahme zur Reduzierung der Spannung bietet sich eine Verkleinerung der Bohrung an. Aber auch ein Verschieben der vorliegenden Bohrung auf der neutralen Faser in Richtung der kleineren umgebenden Spannungen (blau gekennzeichnet) ist sinnvoll und wird nachfolgend umgesetzt.

Bei verbleibenden Durchmessern werden die beiden äußeren Bohrungen in Richtung Einspannstelle versetzt und bei ansonsten gleichen Rahmenbedingungen die FE-Analyse durchgeführt. Die Vernetzungssteuerung wird jedoch nur an der vorderen kritischen Bohrung angewendet.

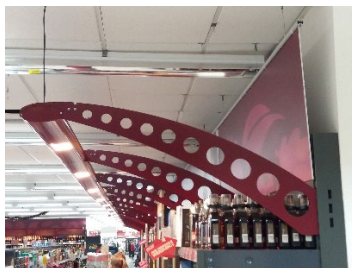


**Abb. 115** Stützplatte-Optimierung mit Bohrungsverschiebung in der FEM

Die Spannungsspitze in der äußeren Bohrung wurde einzig durch die Verschiebung von  $135 \text{ Nmm}^{-2}$  auf  $107 \text{ Nmm}^{-2}$  gesenkt. Die Spannung am Referenzknoten in Nähe der Einspannstelle ist mit  $89,7 \text{ Nmm}^{-2}$  gegenüber  $88,0 \text{ Nmm}^{-2}$  nur geringfügig verändert. Das Volumen und damit das Bauteilgewicht haben sich in der dritten und vierten Analyse im Vergleich zum Ausgangsprofil um insgesamt 48 % verringert. Nachstehend sind die Ergebnisse noch mal in einer Übersicht zusammengefasst:

|   | Spannungsspitze<br>(Spannung in Bohrung)                      | Veränderung im<br>Volumen/Gewicht |
|---|---|-----------------------------------|
|    | Ausgangslage:<br>$75,0 \text{ Nmm}^{-2}$                      | Ausgangslage                      |
|   | $77,9 \text{ Nmm}^{-2}$ (+4 %)                                | -33 %                             |
|  | $88,0 \text{ Nmm}^{-2}$ (+17 %)<br>( $135 \text{ Nmm}^{-2}$ ) | -48 %                             |
|  | $89,7 \text{ Nmm}^{-2}$ (+20 %)<br>( $107 \text{ Nmm}^{-2}$ ) | -48 %                             |

**Tabelle 6:** Verlauf der Optimierung



**Abb. 116** Lampenabstützung, Querlenker (Auto), Stadionsdach

## 6.4 Weitere Optimierung (CAO, Topologieoptimierung)

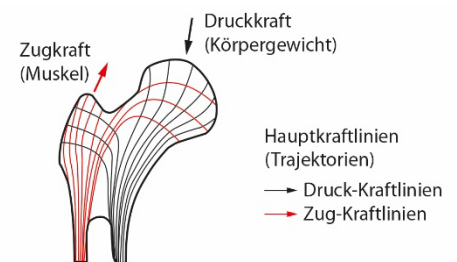
Insgesamt liegt das ermittelte Spannungsmaximum noch weit unter dem zulässigen. Mit der Ausgangsgleichung aus der Einführung in Kapitel 6 ergibt sich als Sicherheit gegen Fließen:

$$S_F = \frac{\sigma_{bF}}{\sigma_{bmax}} > S_{F\text{ erf}}$$

$$= \frac{282,0\text{Nmm}^{-2}}{107\text{Nmm}^{-2}} \approx 2,6 > S_{F\text{ erf}} (= 1,5)$$

Als einfachste Maßnahme kann die Bauteilbreite verringert werden. Eine Reduktion im Höhenmaß ist wegen der überproportionalen Beteiligung der äußeren Fasern an der Biegespannung hingegen kontraproduktiv. Grundsätzlich ist das Rechteckprofil ohnehin nur bedingt sinnvoll zur Aufnahme von Biegespannungen. Profile wie der Doppel-T-Träger sind hier zu bevorzugen. Eine gute Orientierung bieten **Abb. 86** und **87**.

In **Abb. 115** zeigen sich weitreichend blaue Bereiche mit Einsparpotenzial. Da der Handrechnung im Besonderen unter dem Aspekt der gegenseitigen Spannungsbeeinflussung durch Kerben enge Grenzen gesetzt sind, können weitere Versuche zur Materialentnahme mittels FEM in ihrer Wirkung untersucht werden.

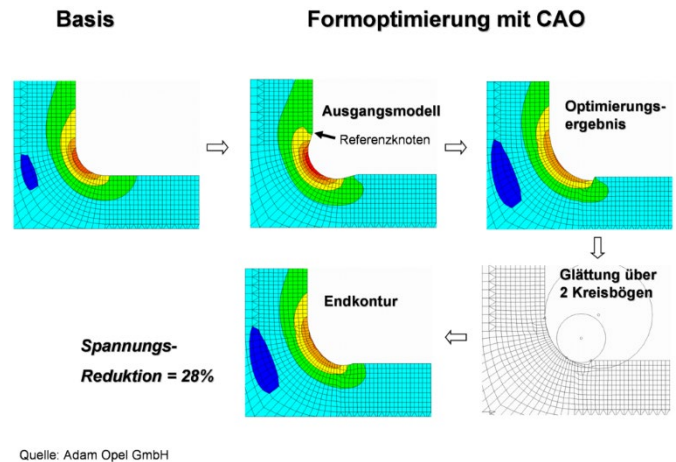


**Abb. 117** Oberschenkelknochen

In dieser Denkrichtung sind erste EDV-gestützte Systeme im Einsatz. Diese Systeme orientieren sich am „Vorbild“ der Natur, die in der Evolution nur Bauteilstrukturen nach dem Prinzip des minimalen Energie- und Ressourcenverbrauchs hat überleben lassen. So sind Baustrukturen von Knochen oder Bäumen als Idealbilder optimierten Kraftflusses bei Umsetzung des Prinzips der homogenen Spannungsverteilung und optimierter Kerbformen anzusehen. Bedeutende Ansätze und Entwicklungen in diese Richtung sind Werkzeuge zur Gestaltoptimierung (CAO) und zur Topologieoptimierung (SKO).

Das Prinzip der Gestaltoptimierung CAO (Computer Aided Optimization) wurde bereits im Kapitel 5.4 aufgegriffen im Zusammenhang mit der Optimierung der Kerbwirkung am Querschnittsübergang eines Flachstahls. Das Vorbild für das CAO-Verfahren bildet das Wachstumsverhalten von biologischen Kraftträgern

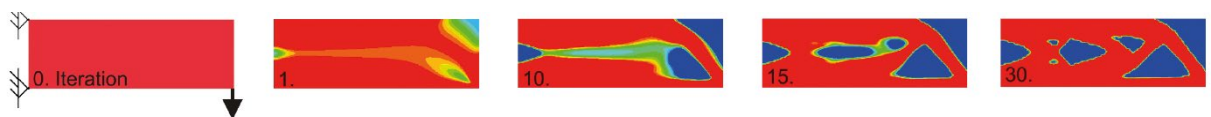
wie Knochen oder Baumstämmen. Wie in der Natur werden stark beanspruchte Stellen verstärkt und weniger beanspruchte Bereiche bilden sich zurück (vgl. **Abb. 118**).



Quelle: Adam Opel GmbH

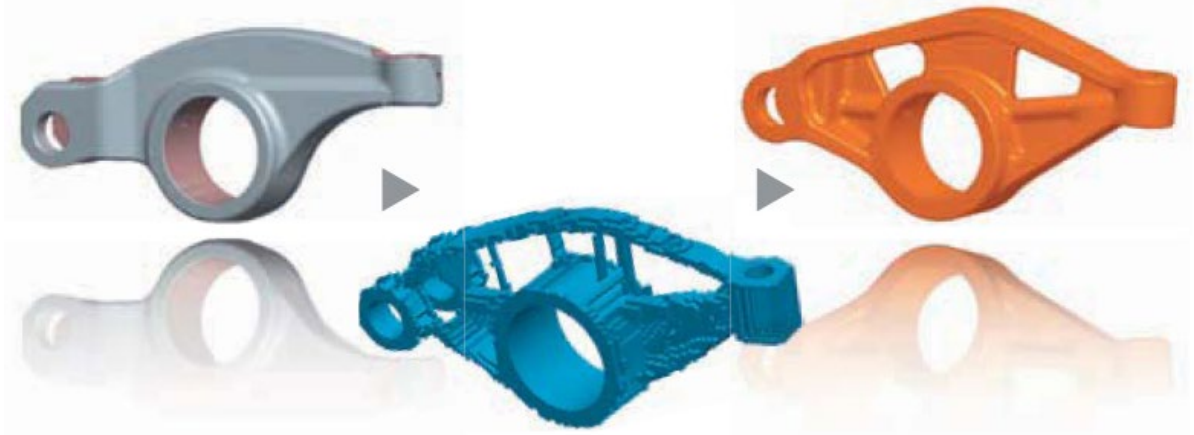
**Abb. 118** Gestaltoptimierung (CAO)

Die Methode Topologieoptimierung SKO (Soft Kill Option) hat eine Homogenisierung der Spannungsverteilung bei gleichzeitiger Volumenreduzierung zum Ziel (vgl. **Abb. 119**). Hier werden Bereiche mit geringem Potenzial an der Gesamtspannung identifiziert („Faulpelzecken“) und in Iterationsschleifen reduziert. Übrig bleibt eine tragende Struktur mit geringstmöglichem Volumenmaß bei homogener Spannungsverteilung ähnlich Baustrukturen der Natur.

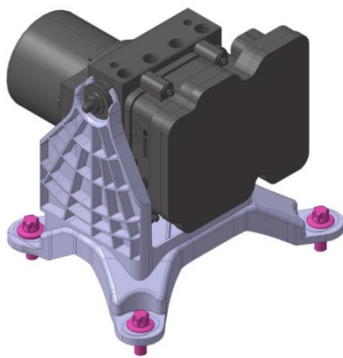


**Abb. 119** Iterationsschleifen zur Formoptimierung

Besondere Bedeutung haben Konzepte des Leichtbaus im Fahrzeugbau sowie in der Luftfahrt. Zum einen stehen Verbrauchsdaten in unmittelbarem Zusammenhang mit dem Fahrzeuggewicht. Andererseits kommt dem Aspekt der Emission (CO<sub>2</sub>-Ausstoß etc.) eine zunehmende Umweltbedeutung zu. Beispielhafte Umsetzungen der benannten Methoden finden sich nachfolgend.

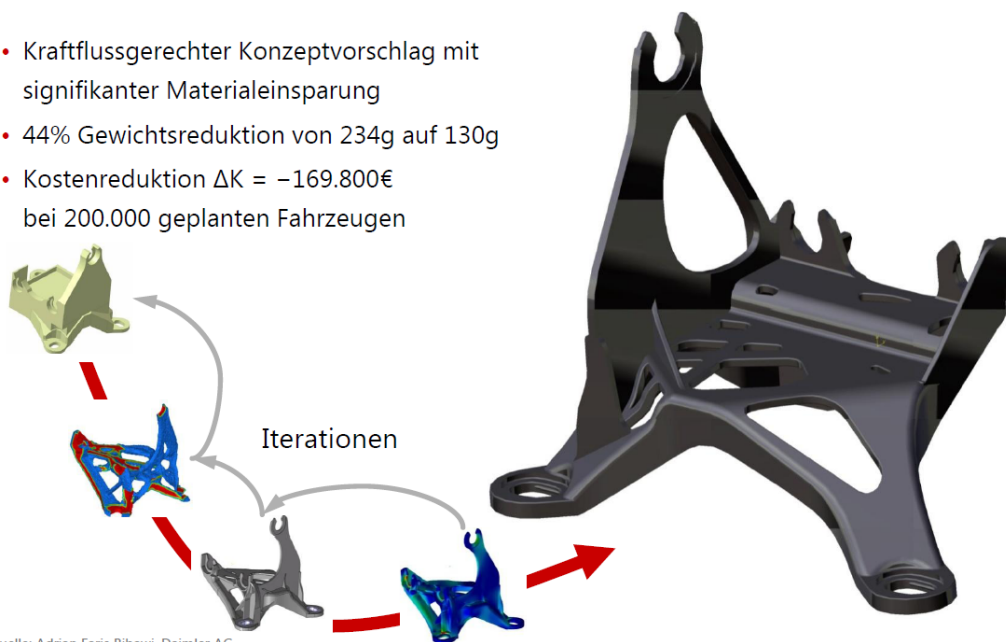


**Abb. 120** Optimierter Kipphebel mit Gewichtsreduktion von 35%



ESP-Halter der Baureihe R231

- Kraftflussgerechter Konzeptvorschlag mit signifikanter Materialeinsparung
- 44% Gewichtsreduktion von 234g auf 130g
- Kostenreduktion  $\Delta K = -169.800\text{€}$  bei 200.000 geplanten Fahrzeugen



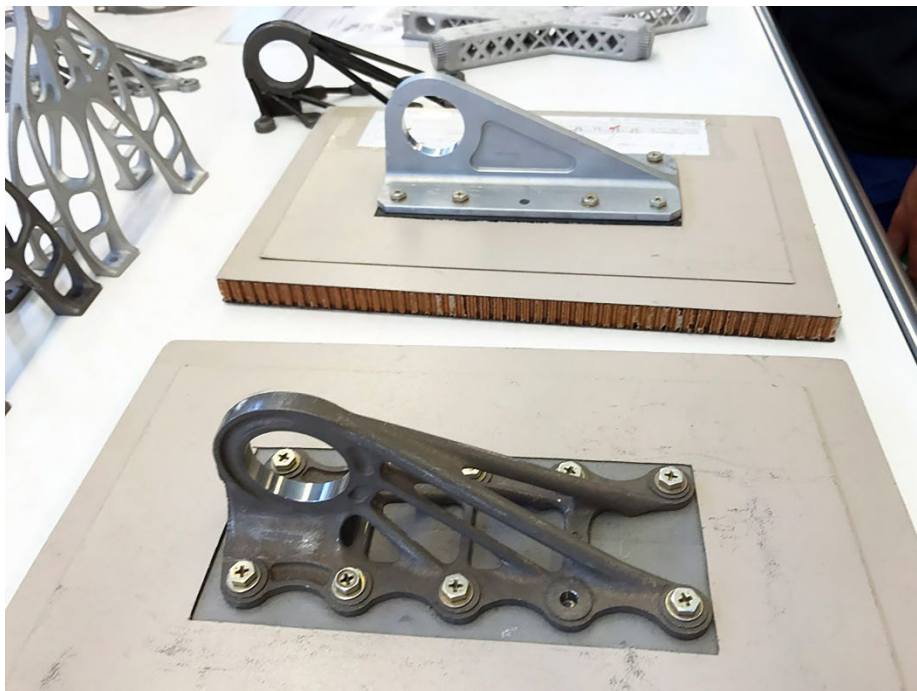
Quelle: Adrian Faris Bibawi, Daimler AG

**Abb. 121** Optimierter ESP-Halter



Entscheidend für die Umsetzung derartiger Bauteile ist die fertigungstechnische Umsetzbarkeit. Hier stellt sich der 3D-Druck als zukunftsweisen Technologie dar. In **Abb. 122** (Vergleich: konventionell – 3D-Druck) ist ein nach bionischen Methoden entwickeltes Strukturbauteil für den Airbus A350 dargestellt, dass in großer Stückzahl verbaut wird. Bislang wurde das Bauteil aus Aluminium gefräst. Jetzt ist es mit der Methode Rapid Prototyping aus Titan durch Laserschmelzen gedruckt worden.

Die Gewichtsersparnis beträgt 30 %. Neben der Gewichtsersparnis und der Geometriefreiheit in der Bauteilgestaltung ergeben sich weitere wirtschaftliche Vorteile: Werkzeuge wie bei Gussformen können entfallen und die Zeit bis zur Bauteilverfügbarkeit verkürzt sich um bis zu 75 %, da direkt auf der Grundlage des elektronischen Modells gedruckt wird. Durch die werkzeuglose Herstellung können zudem zu einem frühen Zeitpunkt Funktionsmuster mit seriennahem Bauteilcharakter gefertigt werden. Entsprechend werden zu einem früheren Zeitpunkt Fehlerquellen identifiziert und eliminiert. So reduzierte sich rbus die Bauteilentwicklung von sechs Monaten auf einen Monat.

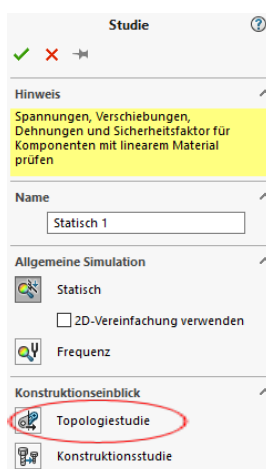


**Abb. 122** Kabinenhalter (Bracket) für Airbus A350

Zudem ist das Laserschmelzen ressourcenschonend. Während beim Fräsen von Flugzeugteilen bis zu 95 % recyclingfähiger Abfall entsteht, beträgt dies beim Laserschmelzen gerade mal ca. 5 %. Das Laserschmelzen gehört daher auch zur so genannten „Green Technology“. Bei hochwertigen Flugzeugwerkstoffen wie Titan ist auch dies ein gewichtiges wirtschaftliches Argument. Wegen des Wegfalls von Werkzeugkosten und Gussformen lohnt sich dieses Verfahren schon heute für die im Bereich der Luftfahrt vergleichsweise kleinen Losgrößen im Sinne der Herstellkosten. Nachhaltige Effekte werden auch in der Ersatzteilversorgung erzielt. Eine Lagerhaltung von vorproduzierten Teilen kann entfallen, weil Austauschteile dezentral „on demand“ zeitnah hergestellt (gedruckt) werden können. Lieferwege und damit –zeiten entfallen. Als Folge reduzieren sich die wartungsbedingten Stand- und Revisionszeiten von Flugzeugen oder anderer Maschinen.

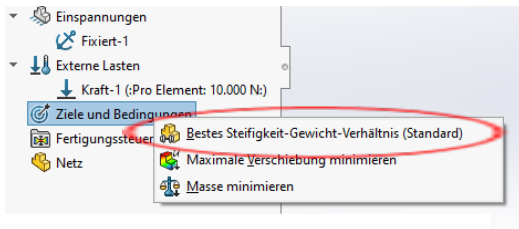
## 6.5 Einfache Topologiestudie

Nachfolgend wird basierend auf der Educationversion von SolidWorks eine einfache Topologiestudie durchgeführt. Öffnen Sie hierzu wieder das Bauteil Stützplatte Ausgangsbetrachtung. Klicken Sie dann **Neue Studie | Topologiestudie (Abb. 123)** und bestätigen Sie mit grünem Haken.



Die Angaben zur Analyse vergeben Sie wie auch bei den statischen Analyse (vgl. Anfang Kap. 6).

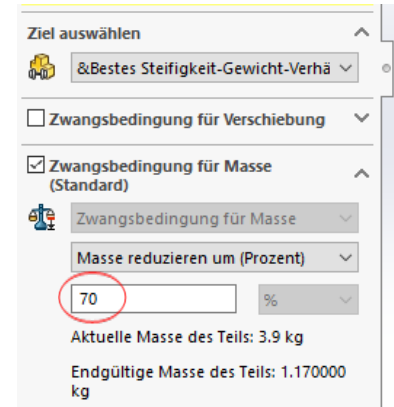
**Abb. 123** Auswahl Topologiestudie



**Abb. 124** Ziel der Topologiestudie

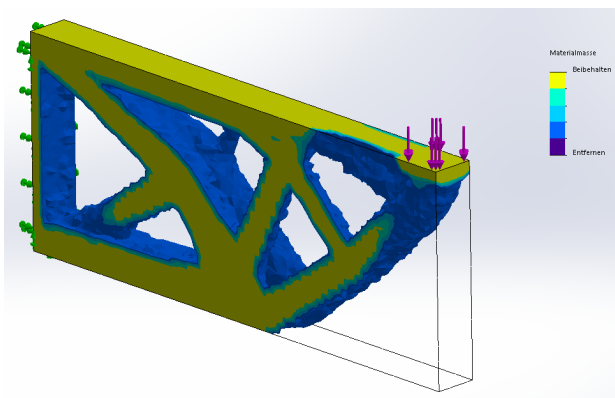
Wählen Sie **Ziele und Bedingungen** | **Bestes Steifigkeits-Gewicht-Verhältnis** (**Abb. 124**).

Geben Sie als Zwangsbedingung für die Reduktion der Masse 70 % ein (**Abb. 125**). Führen Sie die Studie aus. SolidWorks durchläuft nun mehrere vergleichende Rechnungen (Iterationen), um das geometrisch beste Ergebnis für die Vorauswahl zu ermitteln. Je nach Geometrie ist dies ein sehr zeitaufwendiger Prozess und benötigt erhebliche Rechnerressourcen.



**Abb. 125** Prozentzahl eingeben

Grundsätzlich können bestimmte Geometrien von der Analyse ausgeschlossen werden. So müssen in einer Konstruktion häufig bestimmte Funktionsflächen erhalten bleiben. Unter **Fertigungssteuerelemente** (vgl. **Abb. 124**) können diese gesondert definiert werden. Einspannflächen und Flächen der Kraft- bzw. Lastbeaufschlagung werden dabei selbständig von SolidWorks erkannt und müssen daher nicht explizit definiert werden.



**Abb. 126** Ergebnis der Topologiestudie

SolidWorks liefert dann eine sogenannte Designstudie (**Abb. 126**). Sie repräsentiert die Knotenpunkte des Netzes, die zu Flächen verbunden sind. Dieses Modell ist so aber für die Praxis nur bedingt tauglich.



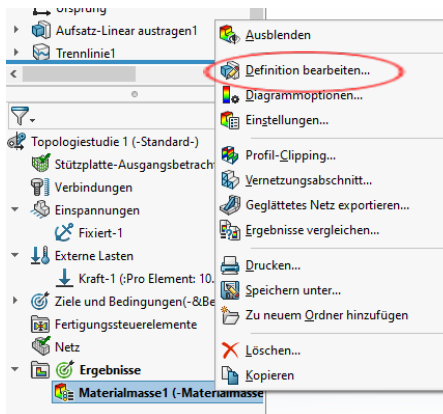


Abb. 127 Nachbearbeitung

Über **Geglättetes Netz berechnen** (Abb. 128) harmonisieren Sie die ermittelte Geometrie (Abb. 129). Dies wird als Flächenrückführung bezeichnet.

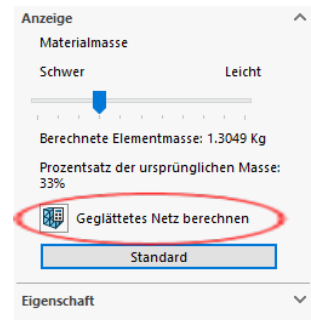


Abb. 128 Netz glätten

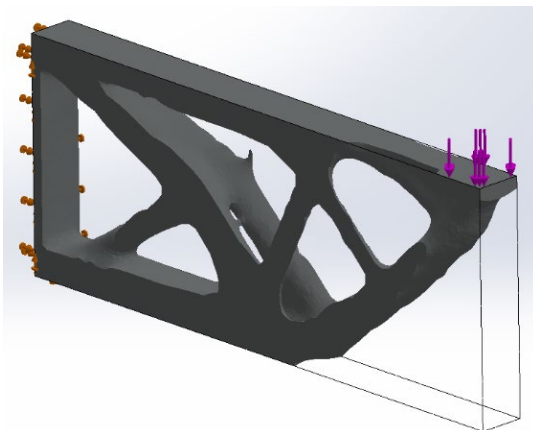


Abb. 129 STL-Modell nach Glättung

Dieses Modell könnte im Anschluss auf einem 3D-Drucker gefertigt werden. Es enthält als STL-Format aber keine Konstruktions-Features für eine Nachbearbeitung. Sinnvollerweise wird es daher als Zwischenstand bzw. Vorlage bewertet („Designstudie“).

Um das Modell zu speichern, klicken Sie auf **Materialmasse1... | Geglättetes Netz exportieren**. Hier können Sie je nach Verwendungswunsch eine Auswahl für das Speichern treffen.

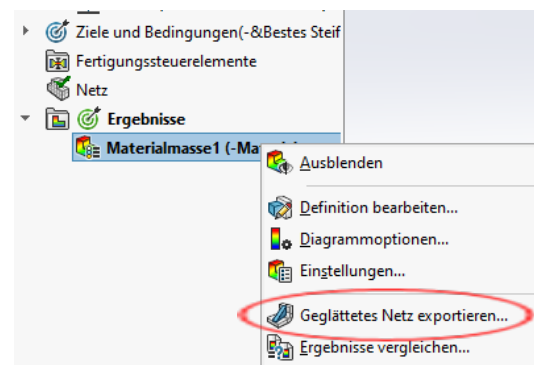
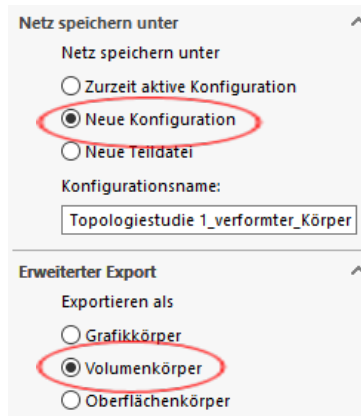


Abb. 130 Exportieren des Modells



Klicken Sie bei **Netz speichern unter** auf **Neue Konfiguration (Abb. 131)**. Dann öffnen Sie das Untermenü unter **Erweiterter Export** und klicken auf **Volumenkörper** und bestätigen.

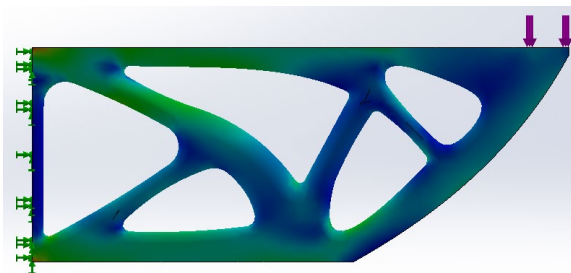
Da das Modell nicht parametrisch aufgebaut ist, kann es nicht nachbearbeitet werden. Daher wird das angestrebte Modell auf Basis dieser Designstudie nachmodelliert (**Abb. 132**).

**Abb. 131** Speichern als Volumenmodell

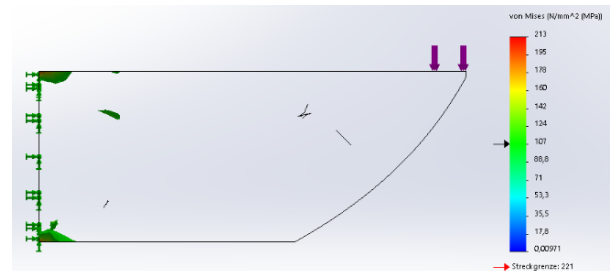


**Abb. 132** Volumenmodell-nachmodelliert

Das nachmodellierte Modell muss in jedem Fall erneut mit einer FEM untersucht werden, um die Verbesserung abzusichern. Die Farbgebung zeigt eine deutlich harmonisierte Verteilung der Spannung (**Abb. 133**).



**Abb. 133** FEM am optimierten Modell



**Abb. 134** ISO-Clipping

Mit **ISO-Clipping** werden die Ecken als Spannungsmaxima identifiziert und sind somit als Spannungssingularitäten vernachlässigbar (**Abb. 134**). Die Maximalspannung beträgt ca.  $107 \text{ Nmm}^{-2}$ . Mit 226 g wurde eine Gewichtsreduktion von ca. 55 % zur Ausgangsgeometrie erzielt (vgl. Tabelle 6). Die blauen Bereiche deuten auf weiteres Potenzial für eine Gewichtsreduktion hin.

## Abbildungsverzeichnis

- Abb. 57** Läßle, V.: Einführung in die Festigkeitslehre; Vieweg + Teubner Verlag;  
1. Auflage; 2006
- Abb. 88, 89, 94, 95, 96** Wittel, H. et. Al.: Roloff/Matek Maschinenelemente;  
Vieweg+Teubner; 23. Auflage, 2017
- Abb. 109** Bremspedal: LANXESS
- Abb. 118** Harzheim, L.: Strukturoptimierung, Grundlagen und Anwendungen.  
Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH, Frankfurt am Main, 2007,  
CC BY 3.0
- Abb. 119** Sauer, A.: Untersuchungen zur Vereinfachung biomechanisch inspirierter  
Strukturoptimierung; Dissertation Forschungszentrum Karlsruhe; Juni 2008
- Abb. 120** sachs engineering GmbH
- Abb. 121** Faris Bibawi, A.; Daimler AG
- Abb. 122** Engmann, K.: Technologie des Flugzeugs; Vogel; 2019; 7. Auflage

Alle nicht gekennzeichneten Bilder, Grafiken und Screenshots sind vom Verfasser erstellt worden.

## Literaturverzeichnis

- Brand, M.: Grundlagen FEM mit SolidWorks 2010; Vieweg+Teubner
- Böge, A.: Technische Mechanik; Vieweg+Teubner; 29. Auflage 2011
- Hoenow, G. et. al.: Entwerfen und Gestalten im Maschinenbau; Fachbuchverlag Leipzig
- Konstruktionspraxis 11/14; Vogel Business Media; S. 36 ff.
- Mattheck, C.: Warum alles kaputt geht; Forschungszentrum Karlsruhe GmbH; 2003
- Sauer, A.: Untersuchungen zur Vereinfachung biomechanisch inspirierter Strukturoptimierung; Dissertation Forschungszentrum Karlsruhe; Juni 2008

- Sauer, A.: Bionik in der Strukturoptimierung, Praxishandbuch für ressourceneffizienten Leichtbau; Vogel; 2018
- Wittel, H. et. al.: Roloff/Matek Maschinenelemente; Vieweg+Teubner; 23. Auflage 2017

## Internetquellen

- <https://de.wikipedia.org/wiki/Finite-Elemente-Methode>
- <http://bionik.fk5.hs-bremen.de/>
- <http://www.sachs-engineering.com>

Alle Internetseiten mit Stand 06.11.2018



**Klimaneutral**

Druckprodukt

ClimatePartner.com/12518-1907-1001

